



Математическая грамотность

Учимся для жизни

Вхождение Российской Федерации в число десяти ведущих стран мира по качеству общего образования

PIRLS

TIMSS

PISA

Международная оценка качества образования

Концепция направления «математическая грамотность» исследования PISA-2022
Исследование PISA-2022 проверит математическую грамотность российских школьников.

В рамках исследования PISA-2022 будет использоваться следующее определение:

Математическая грамотность – это способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане в 21 веке».

Международная оценка качества образования

Модель математической грамотности. PISA



Контексты/ ситуации

личная жизнь,

образование/
профессиональная
деятельность,

общественная жизнь

научная деятельность.

Математическое содержание

пространство и форма,

изменение и
зависимости,

количество,

неопределенность и
данные.

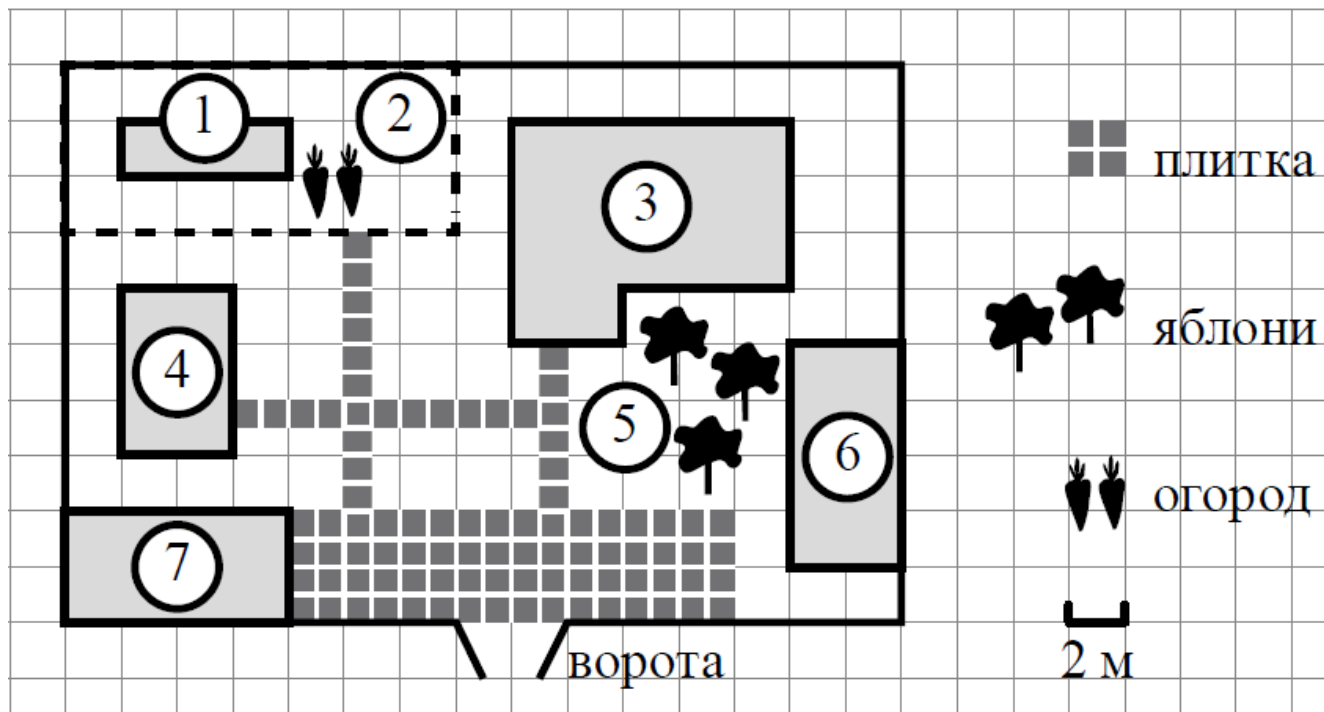
Познавательная деятельность

формулировать,

применять,

интерпретировать.

Примеры заданий



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Авдеево, 3-й Поперечный пер., д. 13 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится баня, а слева — гараж, отмеченный на плане цифрой 7. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м.

Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеется сарай (подсобное помещение), расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Перед жилым домом имеются яблоневые посадки.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1мх1м. Между баней и гаражом имеется площадка площадью 64 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

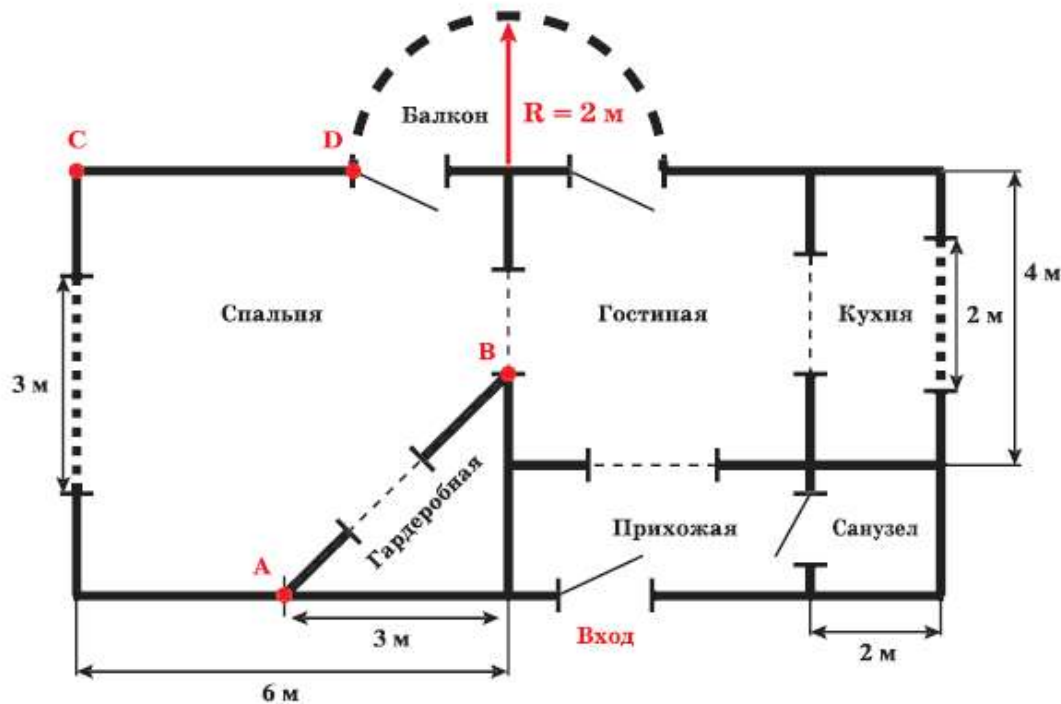
1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	жилой дом	сарай	баня	теплица
Цифры				

Новая квартира

Прочитайте текст и выполните задания 3 и 4.

Семья Алексеевых купила квартиру с необычной планировкой. Ниже приведён план квартиры и указаны размеры.



Особенности квартиры:

- 1) в спальне выделено место под гардеробную;
- 2) гардеробная имеет форму равнобедренного прямоугольного треугольника;
- 3) санузел и гостиная имеют форму квадрата;
- 4) остеклённый балкон имеет форму полукруга с радиусом 2 м;
- 5) в спальне и на кухне окна расположены по центру стены.

3. В таблице даны четыре утверждения, сделанных на основе информации из текста и плана квартиры. Для каждого утверждения отметьте, верно оно или неверно. Поставьте знак «✓» в соответствующих ячейках.

Утверждение	Верно	Неверно
1. Площадь кухни в 2 раза больше площади гардеробной		
2. $AB = 6$ м		
3. $CD = 4$ м		
4. Площадь спальни составляет 27 м^2		

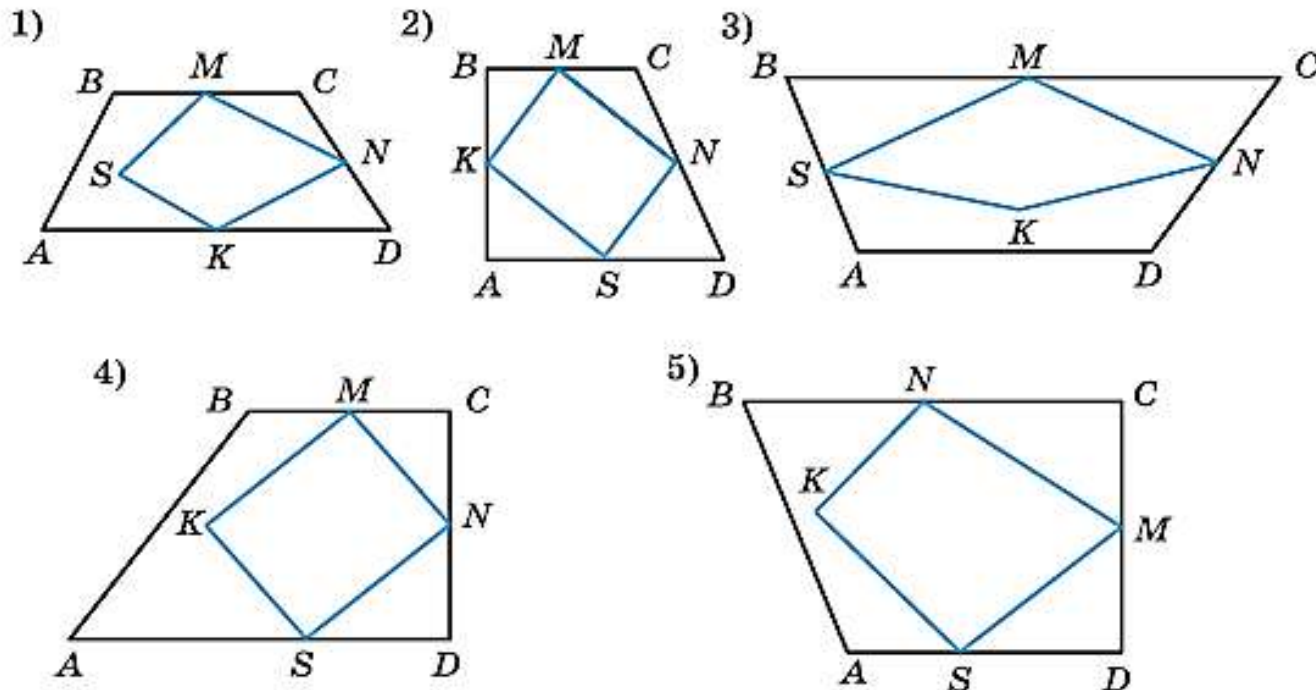
СБОРНИКИ ЭТАЛОННЫХ ИЗДАНИЙ под редакцией Г.С. Ковалёвой

- ▶ Предназначены для формирования и оценки всех направлений функциональной грамотности международного сравнительного исследования PISA
- ▶ Содержат обучающие и тренировочные задания, охватывающие все содержательные и компетентностные аспекты оценки функциональной грамотности по каждой из областей. Приводятся развёрнутые описания особенностей оценки заданий, рекомендации по использованию системы заданий и их оценки. Все задания построены на основе реальных жизненных ситуаций
- ▶ Могут быть использованы в обучающих целях педагогами на уроках и во внеурочной деятельности, а также администрацией школы для организации внутришкольного мониторинга по оценке функциональной грамотности.
- ▶ Готовится второй выпуск (сентябрь 2020 г.)



▶ ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ

Геометрия — одна из самых древних наук. Термин «геометрическая фигура» был введён древними греками, которые дали названия большинству известных нам геометрических фигур: точка, линия, треугольник, трапеция, ромб и др. Упоминания о геометрических фигурах встречаются и у древних египтян, о чём свидетельствуют найденные при раскопках археологами папирусы с изображением этих фигур. На изображено 5 фигур, составленных из двух четырёхугольников.



Вопрос 1

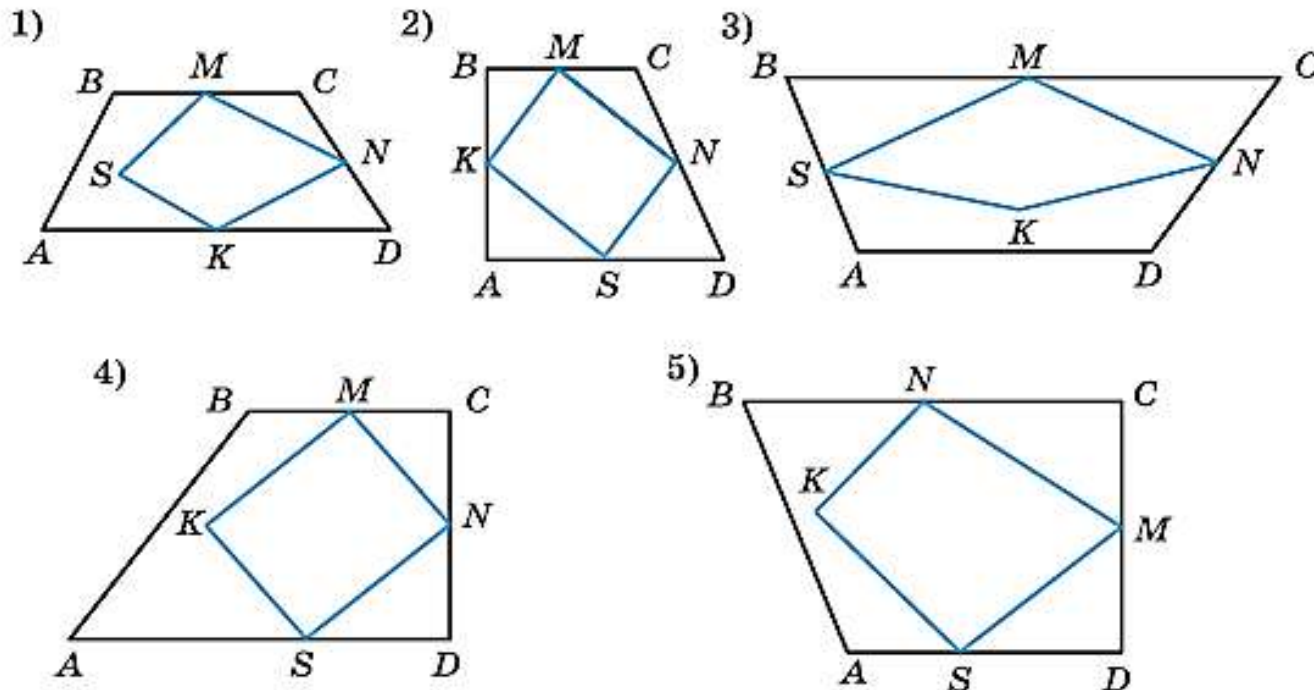
Выберите номер фигуры, описание которой приведено ниже.

Трапеция $ABCD$ прямоугольная. Сторона AD больше стороны BC . M — середина стороны BC и N — середина стороны CD . Точка S принадлежит отрезку AD , точка K лежит внутри трапеции $ABCD$. Отрезок MN параллелен отрезку KS .

Примеры заданий

▶ ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ

Геометрия — одна из самых древних наук. Термин «геометрическая фигура» был введён древними греками, которые дали названия большинству известных нам геометрических фигур: точка, линия, треугольник, трапеция, ромб и др. Упоминания о геометрических фигурах встречаются и у древних египтян, о чём свидетельствуют найденные при раскопках археологами папирусы с изображением этих фигур. На изображено 5 фигур, составленных из двух четырёхугольников.



Вопрос 2

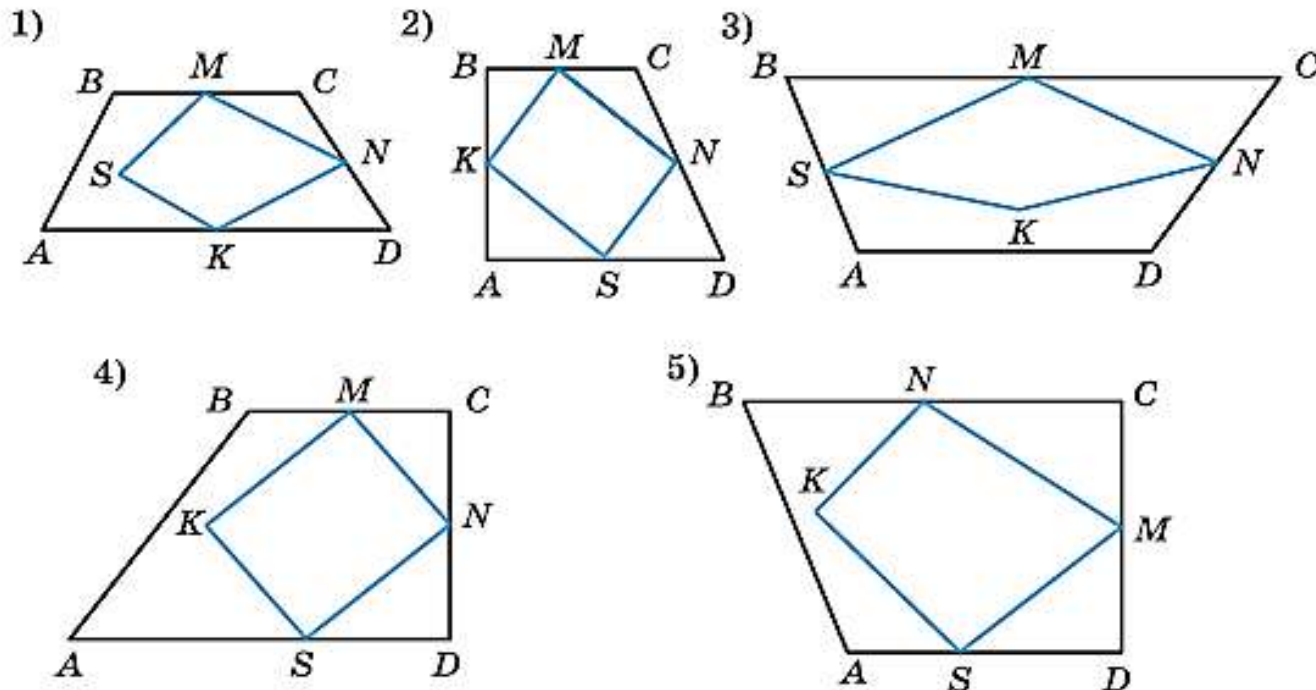
Измените одно из условий описания фигуры так, чтобы ему соответствовала фигура с другим номером.

Вопрос 3

Нарисуйте в тетради свою фигуру, составленную из параллелограмма и треугольника, и опишите её. При описании фигуры должно быть использовано не менее семи условий.

▶ ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ

Геометрия — одна из самых древних наук. Термин «геометрическая фигура» был введён древними греками, которые дали названия большинству известных нам геометрических фигур: точка, линия, треугольник, трапеция, ромб и др. Упоминания о геометрических фигурах встречаются и у древних египтян, о чём свидетельствуют найденные при раскопках археологами папирусы с изображением этих фигур. На изображено 5 фигур, составленных из двух четырёхугольников.



Вопрос 4

В четырёхугольнике $ABCD$ $AB = BC = 1$,
 $\angle A = \angle C = 90^\circ$, $\angle D = 60^\circ$.

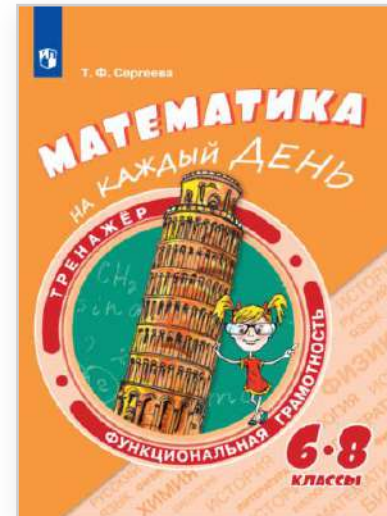
У этого четырёхугольника:

- А) есть ось симметрии;
- В) диагонали перпендикулярны;
- С) площадь меньше 2;
- Д) существует вписанная окружность;
- Е) радиус описанной окружности больше 1.

Выберите верные утверждения.

**ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ГРАМОТНОСТЬ.
ТРЕНАЖЁРЫ**

- ▶ Помогают формировать умение осознанно использовать полученные в ходе обучения знания для решения жизненных задач, развивают активность и самостоятельность учащихся, вовлекают их в поисковую и познавательную деятельность
- ▶ Содержат разнообразные практико-ориентированные задания, позволяющие школьникам подготовиться к участию в международных исследованиях качества образования. Приведены примеры их решений и ответы.
- ▶ Могут использоваться учителями математики, русского языка, обществознания, биологии, физики и химии на уроках, во внеурочной деятельности, в системе дополнительного образования, семейного образования
- ▶ Готовится электронный формат (2021 год)



Что показывают мониторинги

УРОВНИ ЧИТАТЕЛЬСКОЙ ГРАМОТНОСТИ



PISA - 2018

Самые высокие уровни читательской грамотности (5 и 6 уровни по шкале PISA) показали 6% российских учащихся

8,1% российских учащихся обладают высоким уровнем математической грамотности (5-6-й уровень). Они могут осмыслить, обобщить и использовать информацию, полученную ими на основе исследования и моделирования сложных проблемных ситуаций. Они могут использовать информацию из разных источников, представленную в различной форме

УРОВНИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ



ПЕРВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ МОНИТОРИНГА ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ (2019 г. – 5 кл., 2020 г. – 8-9 кл.)

ФОРМАЛИЗМ ЗНАНИЙ

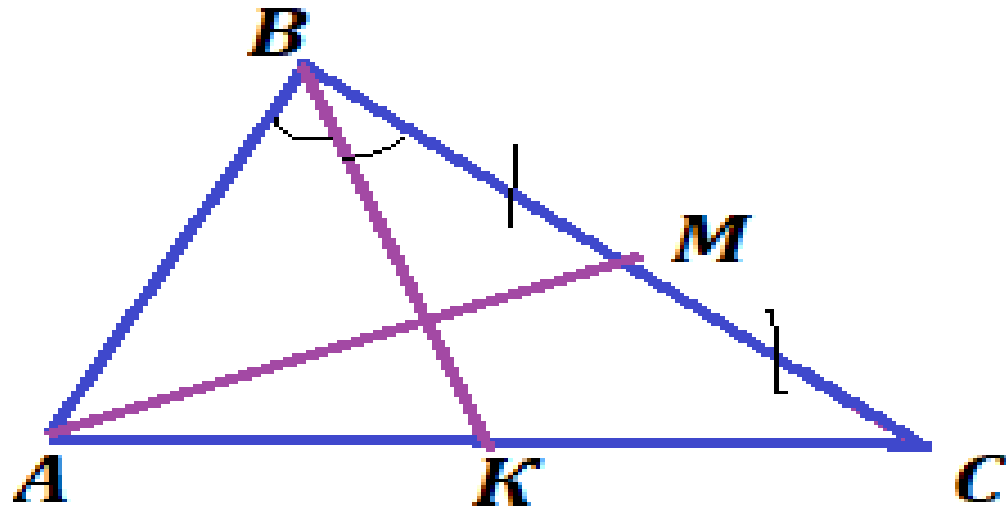
*Знания у учащихся есть, однако грамотно пользоваться ими они не умеют.
Учимся для школы, не для жизни!*

СИТУАЦИОННОСТЬ ЗНАНИЙ

*Ситуационность знаний: если знания не осознаны и не присвоены учащимися,
они проявляются только в тех ситуациях, в которых формировались*

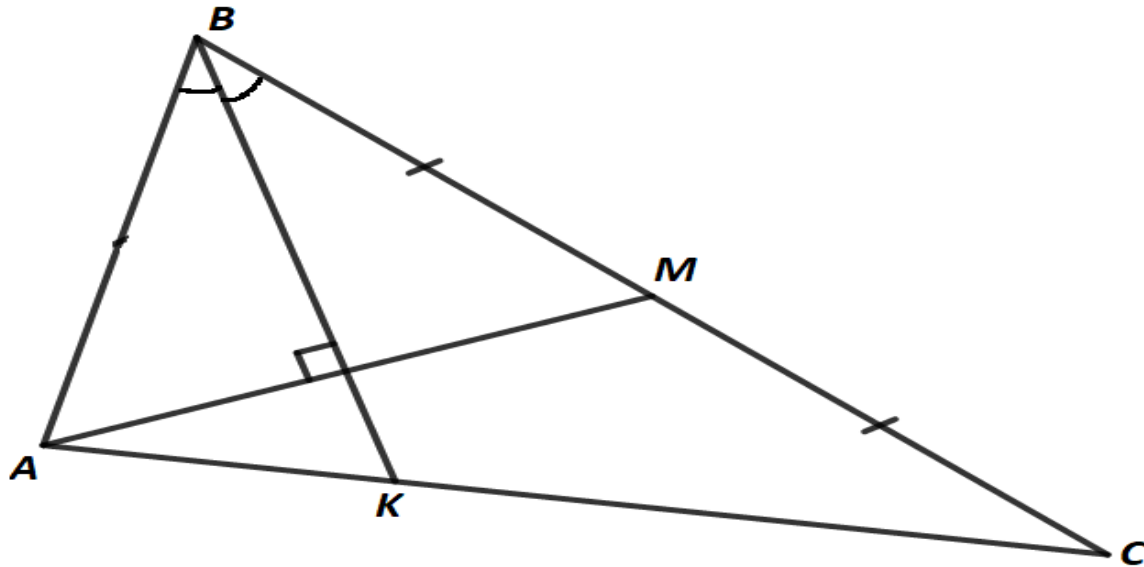
Что такое функциональная грамотность

В треугольнике ABC медиана AM перпендикулярна биссектрисе BK .
Найдите BC , если $AB = 7$ см.

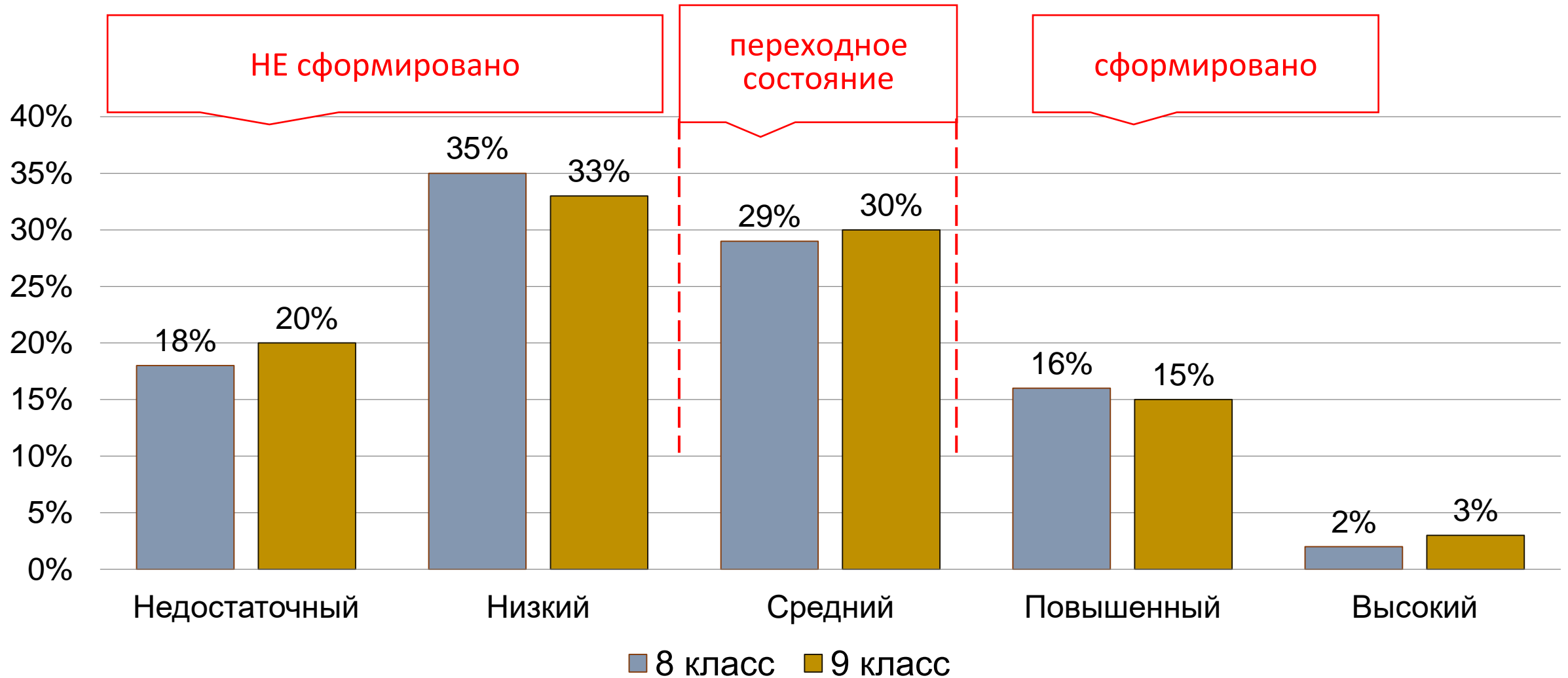


Что такое функциональная грамотность

В треугольнике ABC медиана AM перпендикулярна биссектрисе BK .
Найдите BC , если $AB = 7$ см.



Распределение учащихся по уровням сформированности креативного мышления



ЧТО ДЕЛАТЬ?

Главные направления

- Помогать лучше осознавать изучаемый материал
- Переводить знания из пассивных в активные
- Способствовать интеграции и переносу знаний, алгоритмов и способов действий, способов рассуждений
- Формировать читательскую грамотность

ОСНОВНЫЕ СРЕДСТВА

- **УЧЕБНЫЕ СИТУАЦИИ**
- **УЧЕБНЫЕ ЗАДАНИЯ**

«ХОРОШИЕ» ЗАДАНИЯ

- **Учебные исследования**
- **Учебные проекты, задания проектного типа**
- **Кейсы, ролевые и деловые игры, моральные дилеммы и другие задания, способствующие приобретению опыта успешных позитивных действий**
- **Комплексные задания (содержащие мотивационную часть, использующие разные форматы представления информации, охватывающие все оцениваемые компетентности)**

ОСНОВНОЕ СРЕДСТВО - УМК

Новая завершённая линия учебников Геометрия 7 – 9



Авторы: **Берсенев А.А., Сафонова Н.В.**

Номер в ФПУ:

7 кл – 1.1.2.4.3.2.1

8 кл. – 1-1.2.4.3.2.2

8 кл. – 1-1.2.4.3.2.3

Шлейф УМК «Геометрия 7-9»

Тетрадь-тренажёр



Тетрадь-экзаменатор



Поурочные методические рекомендации



Задачник



Геометрия в компьютерной среде

Система заданий тетради-тренажёра способствует эффективному формированию функциональной грамотности



Каждая глава содержит рубрики

Работаем с текстом

Работаем с моделями

Анализируем и рассуждаем

Применяем геометрию

Выполняем тест

В каждой главе есть серия заданий, специально предназначенная для работы с текстом, которая включает разнообразные задания и предусматривает различные виды деятельности

PISA - 2018

Читательская грамотность –

31.	Российская Федерация	479	▼
32.	Италия	476	▼

Математическая грамотность –

28.	Португалия	492	23-31
29.	Австралия	484	25-31
30.	Российская Федерация	488	27-35
31.	Италия	487	28-35

Без читательской грамотности невозможно формировать математическую грамотность



Формирование читательской грамотности на предметном материале

1. Освоение терминологии
2. Работа с текстовой информацией: анализ, интерпретация, представление в графическом и символьном виде, создание новой
3. Формирование умения читать чертеж

**Всё это одновременно и более эффективно формирует
математическую грамотность**

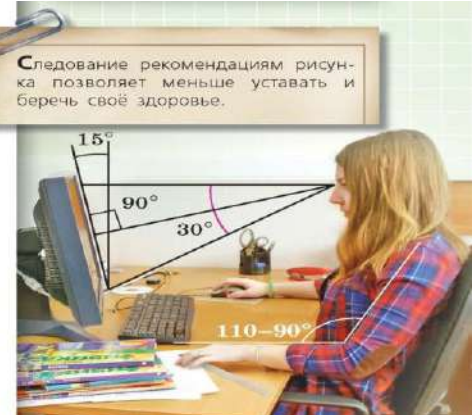
Чему учить:

- *читать и понимать различные тексты;*
- *работать с информацией, представленной в различной форме;*
- *использовать полученную в тексте информацию для решения различных учебно-познавательных и учебно-практических задач*

Для формирования читательской компетенции
необходимы:

- доступные учебные тексты
- специальная система упражнений

Учебные тексты должны быть доступны, написаны дружественным ученику языком, с опорой на жизненный опыт, учёт возрастных интересов, информация должна быть представлена не только в текстовой, но и в графической форме. Тогда эти тексты формируют функциональную грамотность



1.4 СРАВНЕНИЕ ОТРЕЗКОВ

ВЫ УЗНАЕТЕ:
• Как сравнить два отрезка

2й случай. Точка A не Пусть A — точка, не ле (рис. 1.67, а). Перегнём мы мой a (рис. 1.67, б) так, что цей a наложится на друго точка A наложится на неко точку буквой B .

Разогнём плоскость и п прямую. Точку пересечени чиды H (рис. 1.67, в).

Перегибём плоскость ещё дежит на прямой a , поэто значит, луч HA совместится но, угол 1 совместится с $\angle 1 = \angle 2$.

Так как углы 1 и 2 см 180° , поэтому каждый из 1 прямой AH перпендикуляр! Докажем теперь, что та Предположим, что та две прямые AH и AK , пе (рис. 1.68).

Линию, идущую по направлению силы тяжести, называют вертикальной, а линию, перпендикулярную вертикальной, называют горизонтальной.
Станок, показывающий направление силы тяжести, (вертикаль), — необходимый инструмент при строительстве. Его легко сделать самому: достаточно к прочной нити привязать небольшой груз.

Мысленно перегибём п чтобы полуплоскость с точку A , наложится на д При перегибании точки H и K остаются на месте, точка A накладывается на некоторую точку, которую обозначим буквой B . При этом отрезки AH и AK накладываются на отрезки BH и BK соответственно.

Рис. 1.68



5.1 ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА

Многоугольники на рисунках 5.6–5.9 — равносоставленные.

Из определения площади следует, что любые два равносоставленных многоугольника равновелики.

Таким образом, многоугольники на рисунках 5.6–5.9 равновелики.

Рассмотрим ещё один пример — известную головоломку «Танграм».

Фигурки, полученные комбинацией всех частей «Танграма», — равносоставленные, следовательно, они равновелики и их площадь равна площади исходного квадрата.

Верно и обратное утверждение: любые два равновеликих многоугольника — равносоставленные.

ПАРКЕТЫ Плоскость покрывают многоугольниками таким образом, чтобы любые два из этих многоугольников либо имели общую сторону, либо имели общую вершину, либо не имели общих точек. Такое покрытие плоскости называется паркетом.

Примерами паркета служит покрытие или, другими словами, заполнение плоскости равными квадратами или равносторонними треугольниками.

Рис. 5.10

Оказывается, можно составить паркет из произвольных равных между собой четырёхугольников. Два таких паркета изображены ниже.

Рис. 5.11

Попробуйте с друзьями, начертив произвольный четырёхугольник, составить паркет из равных ему четырёхугольников.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Что называют площадью многоугольника?
- Что значит измерить площадь многоугольника?
- Что принимают за единицу измерения площади?
- Что показывает численное значение площади?
- Сформулируйте основные свойства площади.
- Какие многоугольники называют равновеликими?
- Можно ли утверждать, что два многоугольника равны, то равновелики?
- Можно ли утверждать, что два многоугольника равновелики, они равны?
- Какие многоугольники называют равносоставленными?
- Что можно сказать про площадь равносоставленных многоугольников?
- Выразите 1 м^2 в квадратных сантиметрах; в квадратных дециметрах.
- Сколько квадратных метров держит дачный участок площадью 9 соток?



2.4 ПРЯМОУГОЛЬНИК

ВЫ УЗНАЕТЕ:
• Какой параллелограмм называют прямоугольником
• Свойства и признаки прямоугольника

ПРЯМОУГОЛЬНИК И ЕГО СВОЙСТВА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Параллелограмм, у которого все углы прямые, называют прямоугольником.

Так как прямоугольник (рис. 2.24) — частный случай параллелограмма, то он обладает всеми свойствами параллелограмма.

Кроме того, прямоугольник имеет свои особые свойства. Одно из свойств содержится в определении: все углы прямоугольника прямые.

Докажем ещё одно свойство прямоугольника.

ТЕОРЕМА. Диагонали прямоугольника равны.

Доказательство. Пусть $ABCD$ — прямоугольник (рис. 2.25). Докажем, что диагонали AC и BD равны. Рассмотрим прямоугольные треугольники ACD и DBA .

В этих треугольниках катет DA — общий, катеты AB и DC равны как противоположные стороны параллелограмма. Следовательно, $\triangle ACD = \triangle DBA$ по двум катетам. Отсюда $AC = BD$.

СЛЕДСТВИЕ. Точка пересечения диагоналей прямоугольника равноудалена от его вершин.

Докажите это следствие самостоятельно.

ПРЯМОУГОЛЬНИК И СИММЕТРИЯ Как и всякий параллелограмм, прямоугольник обладает центральной симметрией (центром симметрии является точка пересечения диагоналей). Кроме того, прямоугольник обладает и осевой симметрией. У прямоугольника две оси симметрии — прямые, проходящие через середины противоположных сторон (прямые MN и EF на рисунке 2.26).

ПРИЗНАКИ ПРЯМОУГОЛЬНИКА По каким признакам можно определить, что данный параллелограмм является прямоугольником? Один из при-

Рис. 2.24

Рис. 2.25

Рис. 2.26

ВЫ УЗНАЕТЕ:

- Определение треугольника и его элементов

Иллюстрации дополняют теоретический материал



основной материал расположен на белом поле

ТРЕУГОЛЬНИК

Путешествие из Москвы во Владивосток на поезде было бы невозможным без железнодорожных мостов через могучие российские реки; не было бы и знаменитой Эйфелевой башни, и величественных египетских пирамид, если бы человечество не знало свойств треугольника. Знание треугольника важно и при изучении геометрии. Так, любой многоугольник можно разделить на треугольники, многие методы решения геометрических задач связаны с треугольником.

ТРЕУГОЛЬНИК И ЕГО ЭЛЕМЕНТЫ Возьмём на плоскости три точки, не лежащие на одной прямой, и соединим их отрезками (рис. 2.1). Мы получили геометрическую фигуру, которая называется треугольником.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Треугольником называется фигура, образованная тремя точками, не лежащими на одной прямой, и соединяющими их отрезками.

Данные точки называются **вершинами** треугольника, а отрезки, их соединяющие, — **сторонами** треугольника.

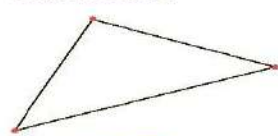


Рис. 2.1

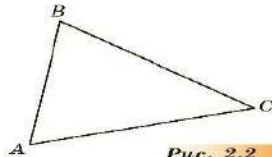


Рис. 2.2

На рисунке 2.2 точки A , B и C — вершины треугольника, AB , BC , CA — стороны треугольника.

Углы BAC , ABC и BCA называют углами треугольника. Часто углы обозначают только вершиной: угол A , угол B , угол C .

Треугольник называют по его вершинам. Так, на рисунке 2.2 изображён треугольник ABC (или BAC , или CAB , или ...). На письме слово «треугольник» часто заменяют знаком Δ : ΔABC , ΔBCA .

Говорят, что угол A треугольника ABC (рис. 2.2) заключён между сторонами AB и AC . Также можно сказать, что угол B заключён между сторонами BA и BC , а угол C — между сторонами CA и CB .

Для каждой стороны треугольника можно указать **противоположную вершину** и для каждой вершины — **противоположную сторону**. На рисунке 2.2 противоположными являются сторона AB и вершина C , сторона BC и вершина A , сторона CA и вершина B . Часто вместо «противоположные» говорят «противолежачие». Так, на рисунке 2.2 сторона BC — противоположащая углу A .

Углы A и B в треугольнике ABC называют **прилежащими к стороне AB** . Углы A и C — прилежащие к стороне AC , а углы B и C — прилежащие к стороне BC , угол A — противоположащий стороне BC .

РЕДЕЛЕНИЕ. Сумма длин всех сторон треугольника называется **периметром** треугольника.

Периметр обозначают буквой P . Периметр треугольника ABC записывают так: P_{ABC} .

$$P_{ABC} = AB + BC + CA.$$



Под треугольником понимают и часть плоскости, ограниченную сторонами треугольника.

БИССЕКТРИСА, МЕДИАНА, ВЫСОТА ТРЕУГОЛЬНИКА На рисунке 2.3 биссектриса угла A треугольника ABC пересекает сторону BC в точке D . Отрезок AD является биссектрисой треугольника ABC .

РЕДЕЛЕНИЕ. Отрезок биссектрисы угла треугольника вершины до точки пересечения со стороной треугольника называется **биссектрисой** треугольника.

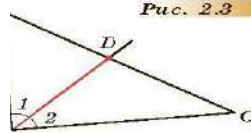


Рис. 2.3

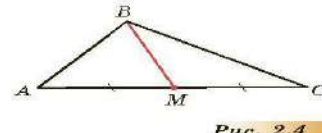


Рис. 2.4

РЕДЕЛЕНИЕ. Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны, называется **медианой** треугольника.

На рисунке 2.4 BM — медиана треугольника ABC . **РЕДЕЛЕНИЕ.** Перпендикуляр, проведённый из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону, называется **высотой** треугольника.

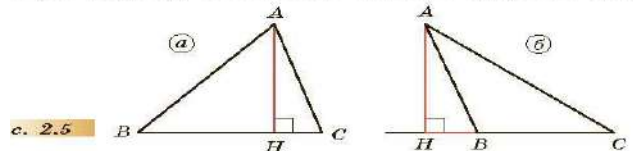


Рис. 2.5

Конец высоты, отличный от вершины, называется **основанием высоты** (рис. 2.5).

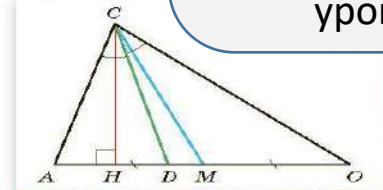
Пусть в треугольнике ABC на рисунке 2.5 BC — основание треугольника, тогда AH — высота, проведённая к основанию.

В любом треугольнике три биссектрисы, три медианы, три высоты.

Это первый рисунок и первая задача в знаменитой книге «Начала» Евклида. Докажите, что в треугольнике все стороны равны.



Дополнительный материал расширяет информационное поле урока



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Какая фигура называется треугольником?
- Рассмотрите ΔACO на рисунке 2.6 и назовите: его стороны; углы; сторону, противоположную вершине O ; вершину, противоположащую стороне OC ; углы, прилежащие к стороне AO .
- Назовите медиану, биссектрису и высоту треугольника ACO (рис. 2.6).
- Сколько треугольников изображено на рисунке 2.6?

пороговых уровней понимания текста

Возможность работы с текстом одновременно на разных уровнях

- Найти в тексте одну или несколько единиц информации, требующей дополнительного, но несложного осмысления
- Распознать главную мысль текста
- Понять связи отдельных частей текста
- Интерпретировать отдельные части текста, сравнивая или противопоставляя отдельные сообщения текста
- Для осмысления текста читатель должен установить **ряд связей между текстом и внетекстовыми знаниями**, опираясь на личный опыт и собственные отношения к описанным реалиям



ТЕОРЕМЫ, АКСИОМЫ, ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В чем продолжит изучение геометрической математики на утверждениях особого рода — теоремах и аксиомах, из которых и строится геометрия.

ОСНОВНЫЕ И ДОКАЗАТЕЛЬСТВА Некоторые свойства геометрических фигур мы считаем вполне очевидными, не устанавливаются путём рассуждений. Такие рассуждения являются главным средством выявить свойства геометрических фигур и называются теоремами.

Под **теоремой** в математике понимают любое математическое утверждение, справедливость которого устанавливается путём рассуждений. Это рассуждение называется **доказательством**.

Обычно формулировка теоремы состоит из двух частей. В одной части говорится о том, что дано. Эту часть называют **условием теоремы**. В другой части говорится о том, что должно быть доказано. Эту часть называют утверждением или **заключением теоремы**.

Например, в теореме «Вертикальные углы равны» нам дано, что углы вертикальные, — это условие теоремы, а доказать нужно, что такие углы равны, — это заключение теоремы.

Запись теоремы в тетради, например, можно сделать так:



можно изложить с помощью «если...» является условием — заключением.

о вертикальных углах безли углы вертикальные,

льство проводится по и в соответствии с зако- ное известных фактов и

нами фигур, даже если , пользоваться при дока-

При доказательстве теорем чертежом пользоваться можно как геометрической записью того, что мы выражаем словами. Но нельзя использовать в рассуждении свойства фигуры, видимые на чертеже, если мы не можем обосновать их, опираясь на факты, доказанные ранее.

АКСИОМЫ Итак, свойства геометрических фигур изучают по принципу «новое из старого». Значит, должны существовать первоначальные факты. И тогда на чём основано их доказательство, учитывая, что до них никаких истинных утверждений не было? Единственное, что остаётся — это принять первые свойства в качестве истинных без доказательства, что и делают математики.

Принимаемые без доказательства утверждения называются **аксиомами**, то есть утверждениями, не вызывающими сомнений. В качестве аксиом выбирают утверждения, которые просты и очевидны. При этом важно понимать, что геометрические аксиомы возникли из практики и наблюдения. Так, аксиомой является утверждение: «Через две точки можно провести одну, и притом только одну, прямую».

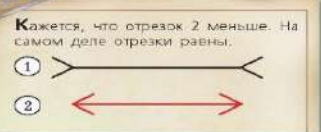
Часть аксиом в учебнике являются основными свойствами аксиом не сформулированы в виде. Например, аксиома существования точек, прямых и точек, ей не принадлежащих.

Таким образом, аксиомы геометрии строятся как утверждения геометрии строятся

ОПРЕДЕЛЕНИЯ Кроме аксиом есть ещё определения. Так называют предельно или название, деление вертикальных вертикальными, если продолжением сторон 1 и 2.

Дать определение 1 что это такое.

В дальнейшем определены так: **ОПРЕДЕЛЕНИЕ**



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Как строится наука геометрия?
- Из каких двух частей состоит теорема?
- Что значит доказать теорему?
- Чем отличается теорема от аксиомы?
- Что в геометрии называют определением?
- С соседом по парте найдите в предыдущих параграфах предложения, выделенные теоремами, и переведите их на язык с помощью слов «если... то...».
- Найдите в §1.8 предложения, выделенные аксиомами.
- С соседом по парте найдите самое первое определение в учебнике.
- С соседом по парте найдите в предыдущих параграфах предложения, выделенные определениями. Сколько всего определений было дано?

ДАНИЯ:

- геометрия?
- из состоит теорема?
- теорему?
- рема от аксиомы?
- азывают определение?
- найдите в предыдущих предложениях, и переведите с помощью слов «если... то...».
- зложения, выделенные аксиомами?
- ге найдите самое первое определение в учебнике.
- найдите в предыдущих предложениях, выделенные определениями. Сколько всего определений было дано?



Фалес Милетский, считается основателем античной и развившейся из неё европейской науки. Именно Фалес является первооткрывателем в доказывании теорем. Так, Фалес установил ряд равенств: вертикальных углов, углов при основании равнобедренного треугольника, второго признака равенства треугольников и др. Фалес установил продолжительность года, определил время равноденствий и солнцестояний, объяснил, что Солнце движется по отношению к звездам, первым измерил расстояние от берега до корабля в море.

Типы заданий 6 уровня сложности

Интегрировать и интерпретировать сообщения текста

- Строить многочисленные умозаключения
- Сравнить и противопоставлять, демонстрируя полноту, точность и детальность понимания всего текста и его отдельных частей
- Интегрировать информацию из нескольких текстов
- Иметь дело с **незнакомым абстрактным и противоречивым содержанием**

Упражнения, направленные на освоение терминологии

п. 2.1

1

1. Прочитайте текст учебника на с. 55 и ответьте на вопросы.

Какую геометрическую фигуру представляет собой:

а) биссектриса треугольника: _____,

её особенности: _____.

отличие от биссектрисы угла: _____.

б) медиана треугольника: _____,

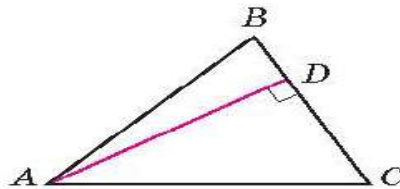
её особенности: _____.

в) высота треугольника: _____,

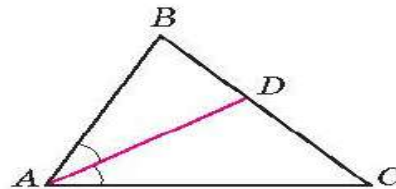
её особенности: _____.

2. Под каждым рисунком подпишите, чем является отрезок AD в треугольнике.

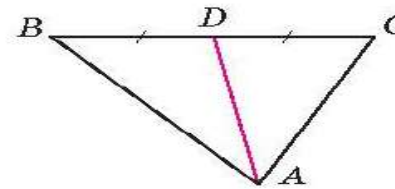
а



б



в



2

Составьте верное утверждение.

а) Можно утверждать, что AD — биссектриса треугольника ABC , если:

1. $BD = DC$

2. $\angle BAD = \angle CAD$

3. $\angle BDA = \angle CDA$

б) Можно утверждать, что AM — медиана треугольника ABC , если:

1. $AB = AC$

2. $AM = MC$

3. $BM = MC$

в) Можно утверждать, что AH — высота треугольника, если:

1. $\angle BAC = 90^\circ$

2. $\angle AHB = \angle AHC$

3. $\angle ABC = 90^\circ$

Упражнения, направленные на освоение терминологии

12 Изобразите треугольник MOP .

1. Укажите:

угол, противолежащий стороне MO : _____

угол, противолежащий стороне MP : _____

углы, прилежащие к стороне OP : _____

углы, прилежащие к стороне OM : _____

углы, прилежащие к стороне PM : _____

9

1. Прочитайте в п. 1.7 учебника определение биссектрисы угла и ответьте на вопрос: сколько и какие условия должны выполняться, чтобы можно было утверждать, что данный луч является биссектрисой угла?

2. Известно, что луч OK — биссектриса угла AOM . Укажите неверное равенство.

1. $\angle AOK = \frac{1}{2} \angle AOM$

2. $\angle AOK = \angle KOM$

3. $\angle AOM = \frac{1}{2} \angle KOM$

17

1. На рисунках изображены равнобедренные треугольники. В каждом случае запишите:

а) основание треугольника: _____

боковые стороны: _____

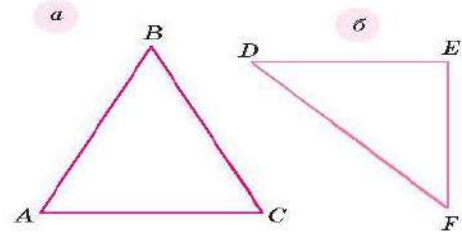
угол, противоположный основанию: _____

б) основание треугольника: _____

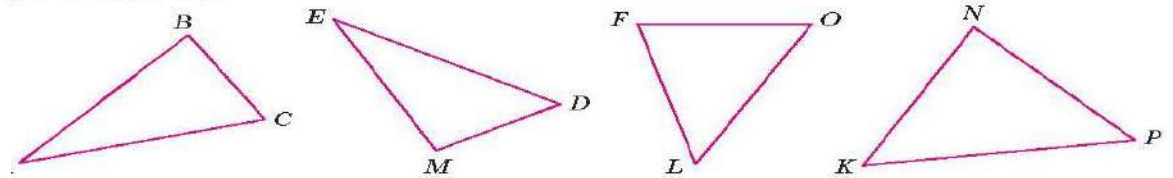
боковые стороны: _____

углы при основании: _____

угол, противоположный основанию: _____



2. Среди представленных на рисунке треугольников выберите равнобедренные. Выделите цветом основание равнобедренного треугольника и вершину, противолежащую основанию.



Постройте какой-нибудь равнобедренный треугольник, для которого данный угол является углом, противолежащим основанию треугольника.



ЗАДАЧИ

1 Равенство каких элементов нужно добавить на рисунке 2.12, чтобы можно было убедиться в равенстве треугольников DEF и ABC ?

2 На рисунке 2.13, а, б обозначены равные элементы двух треугольников. Можно ли утверждать, что данные треугольники равны? В равных треугольниках запишите равные элементы.

3 На рисунке 2.13, в: $AC = CE$, $BC = CD$. Докажите, что $AB = DE$.

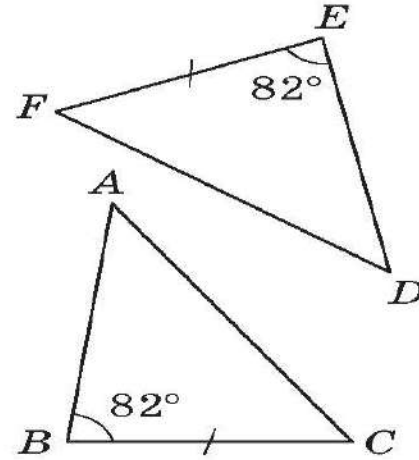


Рис. 2.12

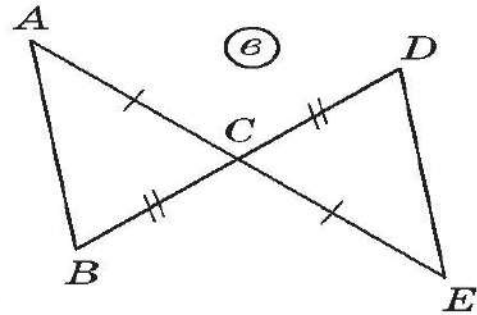
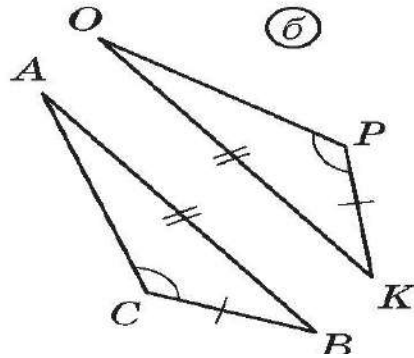
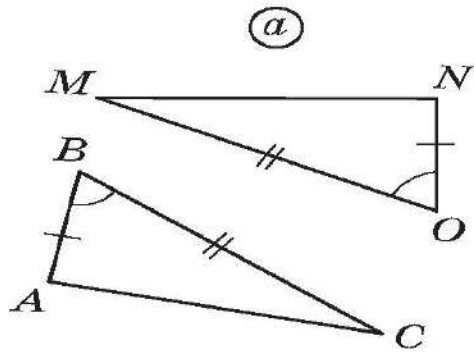


Рис. 2.13



п. 1.2

3

1. Прочитайте в п. 1.2. учебника теорему о свойстве касательной к окружности и запишите:

условие теоремы: _____

заключение теоремы: _____

2. Запишите теорему на языке «Если ... , то...»: _____

7

1. Прочитайте фрагмент «Первый признак равенства треугольников» п. 2.3 учебника. Запишите:

условие теоремы: _____

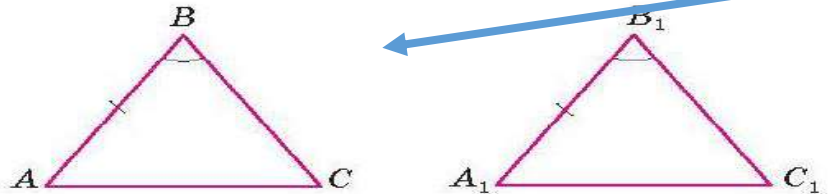
заклучение: _____

2. Докажите равенство равнобедренных треугольников по боковой стороне и углу, противолежащему основанию.

Дано: _____

Доказать: _____

Доказательство. _____



47

В треугольниках ABC и DEF : $\angle C = \angle F$, $AB = DE$, $AC = DF$. Выполните рисунок. Можно ли установить равенство треугольников?

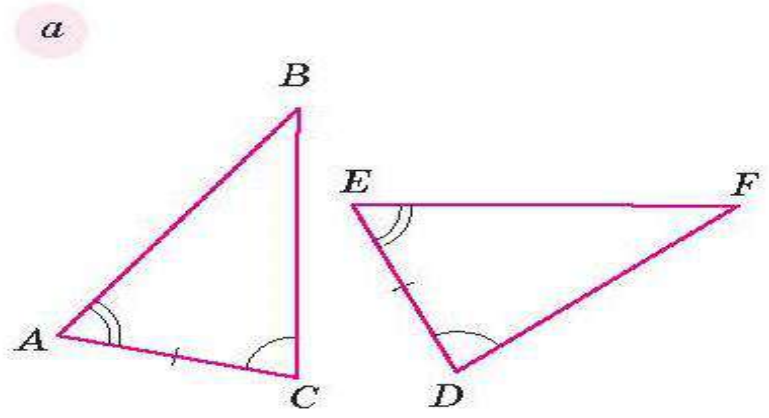
Если да, то докажите это равенство, если нет, то объясните, почему.

Анализ информации
Её интерпретация
Создание новой

Анализ информации
Её интерпретация
Создание новой

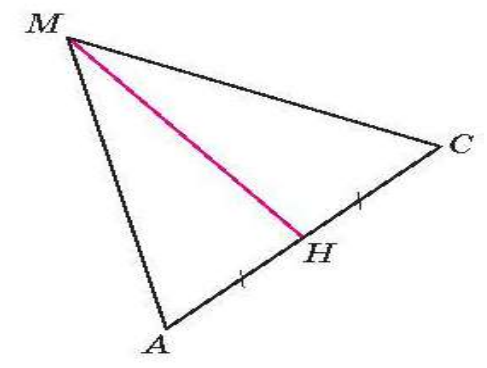
Все задания комплексны

Известно, что треугольники равны. Запишите равенство соответствующих элементов этих треугольников.



Треугольник AMC — равнобедренный с основанием AC и биссектрисой MH .
Запишите свойства этого треугольника.

Сколько свойств вы отметили? _____



Все упражнения комплексные

8

Прочитайте п. 1.6 на с. 18–19 учебника и объясните, почему данные ниже утверждения неверны. В каждом случае изобразите рисунок с контрпримером.

1. Два луча образуют угол.
2. Прямая — это развёрнутый угол.
3. Угол ABC можно назвать ещё ACB или BAC .
4. Луч, выходящий из вершины угла, делит его на два угла.

10

1. Прочитайте фрагмент п. 1.8 «Свойства измерения углов».

2. Проведите прямую и отметьте на ней точку A . Используя один из полученных лучей, постройте с помощью угольника прямой угол с вершиной в точке A .
3. С помощью угольника начертите два прямых угла. Используя данные углы, изобразите: а) острый угол; б) тупой угол.

В каждом случае заштрихуйте внутреннюю область построенных углов.

4

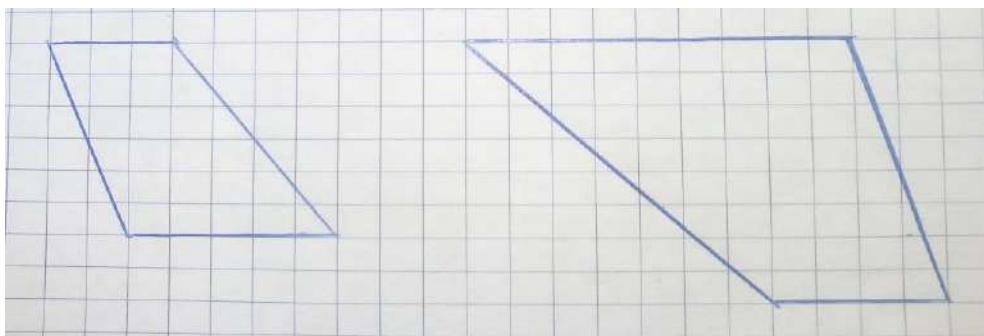
1. Изобразите центральный и вписанный углы окружности.

2. Объясните, в чём сходство и различие вписанного и центрального углов окружности.

● По каким признакам можно установить, что данный параллелограмм является ромбом? Докажите один из признаков.

● Может ли диагональ прямоугольника быть равной его стороне? А диагональ ромба?

● Могут ли углы, прилежащие к основанию трапеции, быть один — острым, другой — тупым?



● Отрезки MN и NP — средние линии треугольника ABC . Является ли отрезок MP средней линией треугольника ABC ? Почему?

● Может ли средняя линия треугольника быть перпендикулярной его стороне? двум сторонам?

● Могут ли в треугольнике средние линии быть равными 2 см, 4 см и 6 см?

● Можно ли найти периметр треугольника, зная длины всех его средних линий?

● Какими свойствами прямоугольник выделяется среди параллелограммов?

Задания серии «Верные и неверные утверждения» - эффективный инструмент для формирования функциональной грамотности

14

Верно ли утверждение? Если вы считаете, что утверждение неверно, отметьте его и сделайте рисунок, подтверждающий ваш вывод.

1. Если сумма углов равна 180° , то углы смежные.
2. Сумма смежных углов равна 180° .
3. Если углы равны, то они вертикальные.
4. Вертикальные углы равны.
5. Неравные углы не являются вертикальными.
6. Если два угла смежные, то они не равны.
7. Если сумма двух углов не равна 180° , то они не смежные.
8. Если два угла имеют общую сторону, то они смежные.
9. Если стороны двух углов дополняют друг друга до прямой, то они вертикальные.
10. Если один из смежных углов тупой, то другой — острый.
11. Для каждого неразвёрнутого угла можно построить только один вертикальный ему угол.
12. Для любого угла можно построить только один смежный ему угол.
13. Один и тот же угол может одновременно быть и смежным с другим углом и вертикальным третьему углу.

10

Выберите неверные утверждения и проиллюстрируйте свой вывод рисунком.

1. Четырёхугольник, у которого две пары равных сторон, — параллелограмм.
2. Ромбом называется параллелограмм, у которого соседние стороны равны.
3. Если в четырёхугольнике противоположные углы равны, то он является параллелограммом.
4. Если в четырёхугольнике диагонали взаимно перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам, то это ромб.
5. Если в четырёхугольнике диагональ образует с равными противоположными сторонами одинаковые углы, то он является параллелограммом.
6. Если в четырёхугольнике все стороны равны, то он является параллелограммом.
7. Прямая, проходящая через середину одной из сторон параллелограмма, является его осью симметрии. Тогда этот параллелограмм не может быть ромбом.
8. Четырёхугольник может быть ромбом и не быть параллелограммом.

11

Какие утверждения верны?

1. Центром окружности, описанной около прямоугольного треугольника, является середина гипотенузы.
2. Точка пересечения высот треугольника является центром окружности, вписанной в этот треугольник.
3. Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, проведённый в вершину прямого угла, является медианой треугольника.
4. Центр окружности, вписанной в треугольник, находится на одинаковом расстоянии от вершин треугольника.
5. Центр окружности, описанной около треугольника, всегда лежит внутри этого треугольника.
6. Сторона треугольника всегда меньше диаметра окружности, описанной около этого треугольника.

13

Отметьте неверные утверждения и поясните, почему вы так считаете.

1. Любые два равнобедренных прямоугольных треугольника подобны.
2. Высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, делит его на два подобных треугольника.
3. Биссектриса треугольника делит его на два подобных между собой треугольника.
4. Два равнобедренных треугольника с пропорциональными боковыми сторонами подобны.
5. Чтобы два равнобедренных треугольника были подобны, достаточно, чтобы их углы при вершине, противоположной основанию, были равны.
6. Возможен случай, когда четыре замечательные точки треугольника принадлежат одному отрезку.

Верные и неверные утверждения

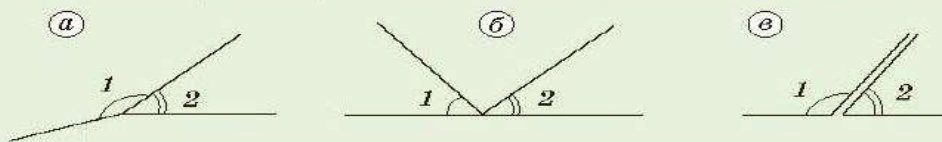
21

С соседом по парте или командой обсудите утверждения и укажите верные из них.

1. Если косинусы углов равны, то равны и сами углы.
2. Если синусы углов равны, то равны и сами углы.
3. Существует угол, синус и косинус которого равны.
4. Косинус угла треугольника может быть отрицательным.
5. Синус угла треугольника может быть отрицательным.
6. Косинус прямого угла равен 0.
7. Синус угла треугольника может быть равен 1.
8. Косинус угла треугольника может быть равен 1.
9. Синусы смежных углов равны.
10. Косинус любого острого угла больше косинуса любого тупого угла.
11. Синус любого острого угла больше синуса любого тупого угла.
12. Существует угол, синус и косинус которого

Неверно!

Объясните, почему $\angle 1$ и $\angle 2$ не являются смежными.



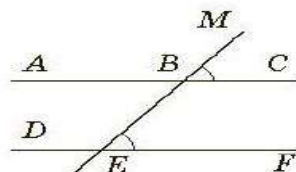
Укажите неверные высказывания.

- 1) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180° .
- 2) Если диагонали параллелограмма равны, то это квадрат.
- 3) Тангенс любого острого угла меньше единицы.
- 4) Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.
- 5) Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.
- 6) Каждая сторона треугольника меньше разности двух других его сторон.
- 7) Через любые три точки проходит ровно одна прямая.
- 8) Через любые две точки можно провести не менее одной прямой.
- 9) Каждая сторона треугольника не превосходит суммы двух других его сторон.
- 10) Диаметр окружности, перпендикулярный хорде, делит хорду пополам.

89

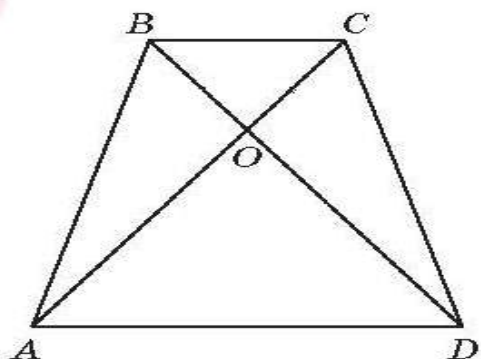
Укажите неверные высказывания:

- 1) Если один из смежных углов острый, то другой тупой.
- 2) Если сумма двух углов 180° , то они смежные.
- 3) Если один из вертикальных углов острый, то другой — тупой.
- 4) Сумма вертикальных углов может быть больше 180° .
- 5) Если сумма трёх углов 180° , то они смежные.
- 6) Если при пересечении двух прямых один из вертикальных углов прямой, то и смежный с ним также прямой.
- 7) Биссектрисы смежных углов перпендикулярны.
- 8) Если углы вертикальные, то они равны.
- 9) Если углы равны, то они вертикальные.
- 10) Если два угла имеют общую сторону, то они смежные.

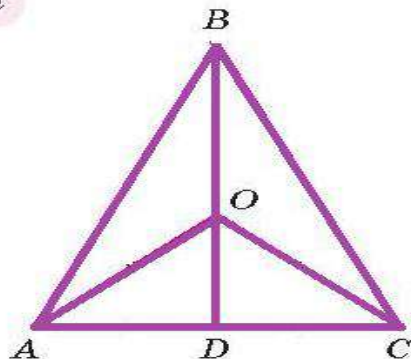


Сколько треугольников изображено на рисунке?

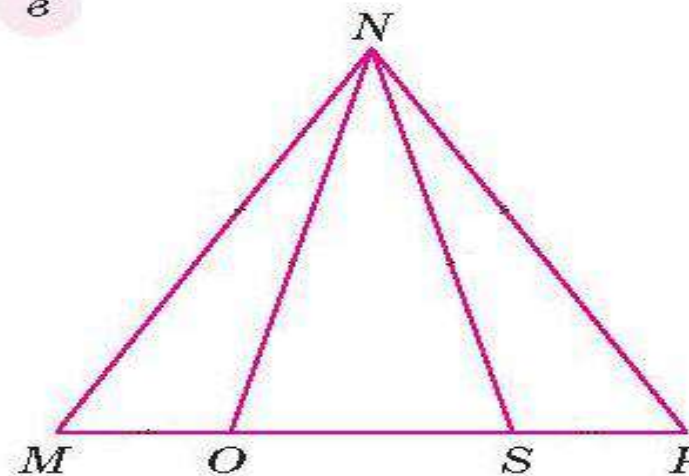
б



а



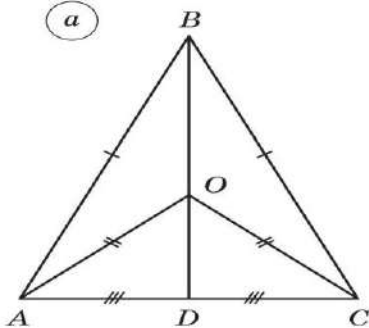
в



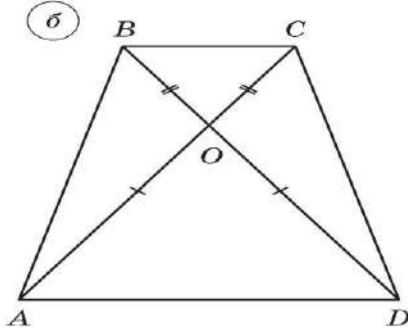
55

По данным чертежа в каждом случае укажите как можно больше равных треугольников и докажите их равенство.

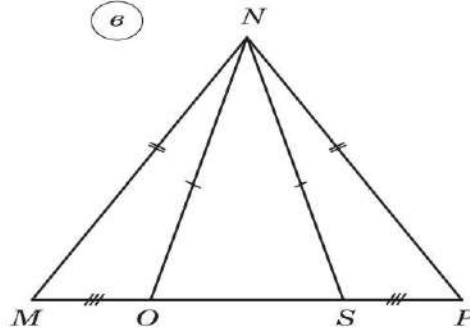
а



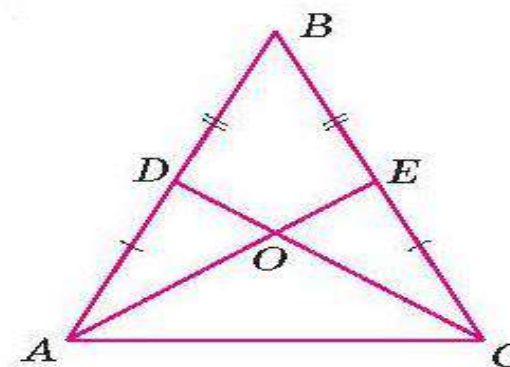
б



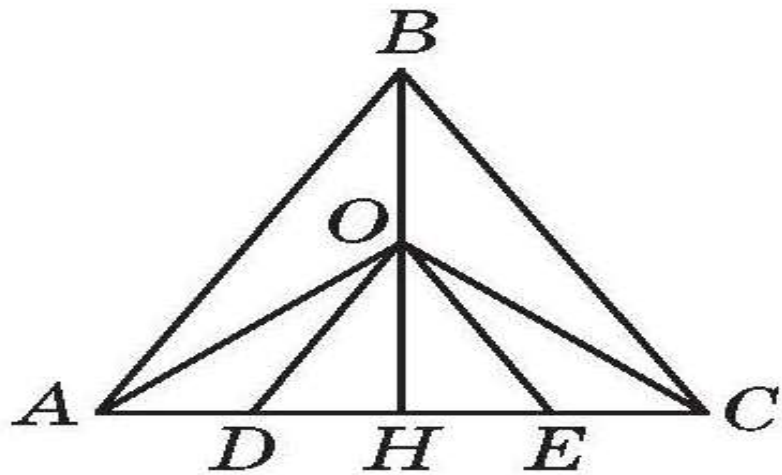
в



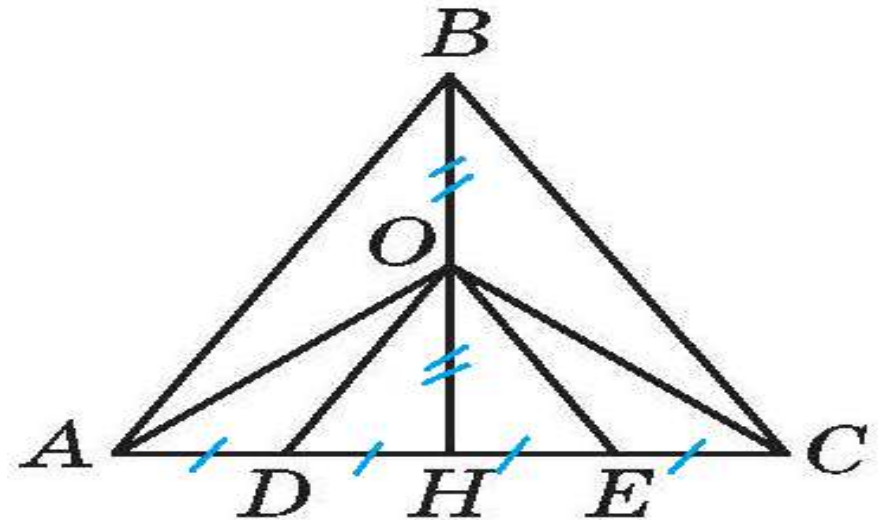
а) _____



Сколько треугольников изображено на рисунке?

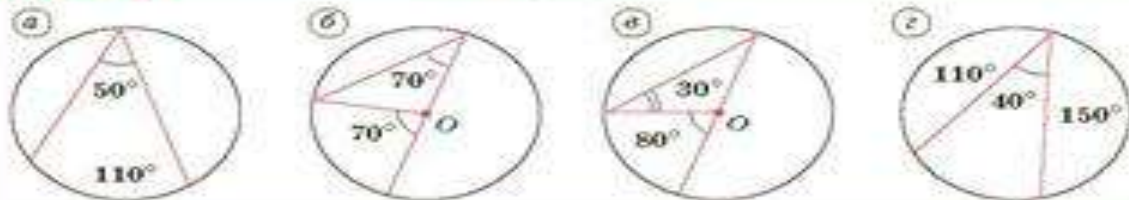


Известно, что $AD = DH = HE = EC, BO = OH$.
Укажите как можно больше пар - треугольник и его медиана.



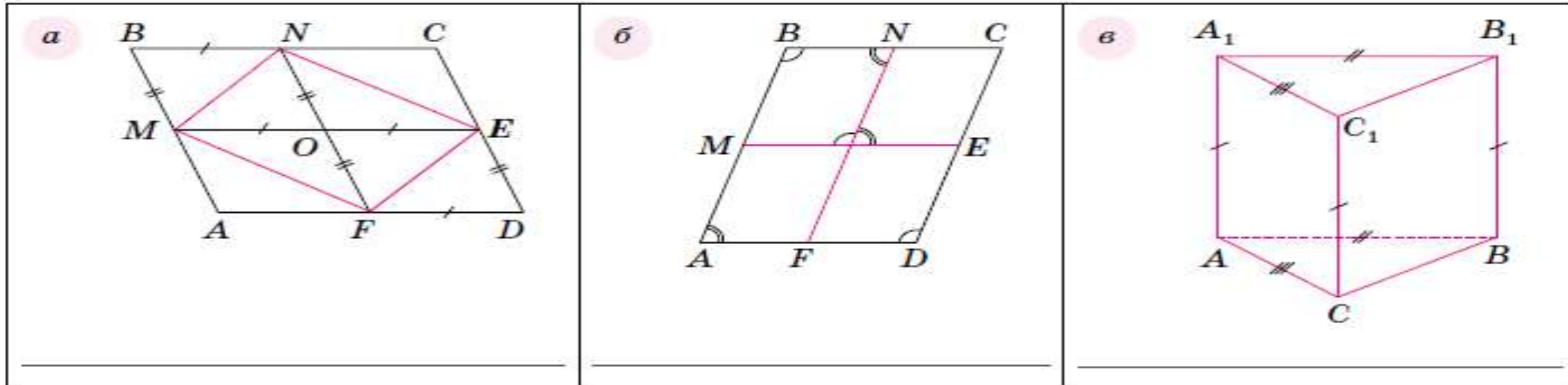
Упражнения , направленные на формирование умения читать чертеж

Неверно! Найдите ошибки на рисунках.



26

Укажите параллелограммы, изображённые на рисунке.



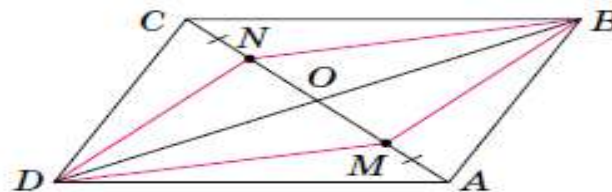
п 2.3

24

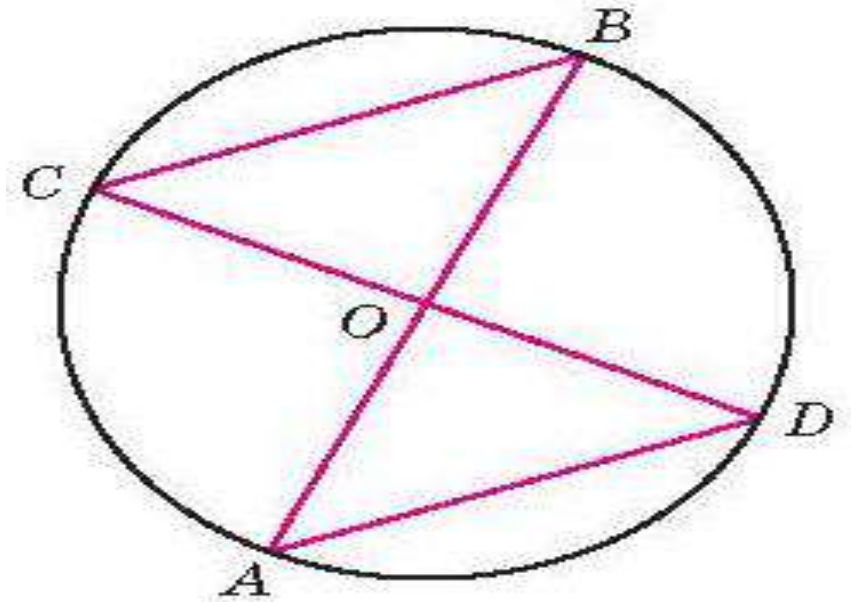
Известно, что $ABCD$ — параллелограмм, $AM = CN$.

1. Равенство каких геометрических фигур можно установить? _____

2. Докажите, что $MBND$ — параллелограмм.



Известно, что точка O – центр окружности.
Укажите как можно больше фактов, исходя из
данных чертежа.



Особое внимание формированию умения читать чертёж

39

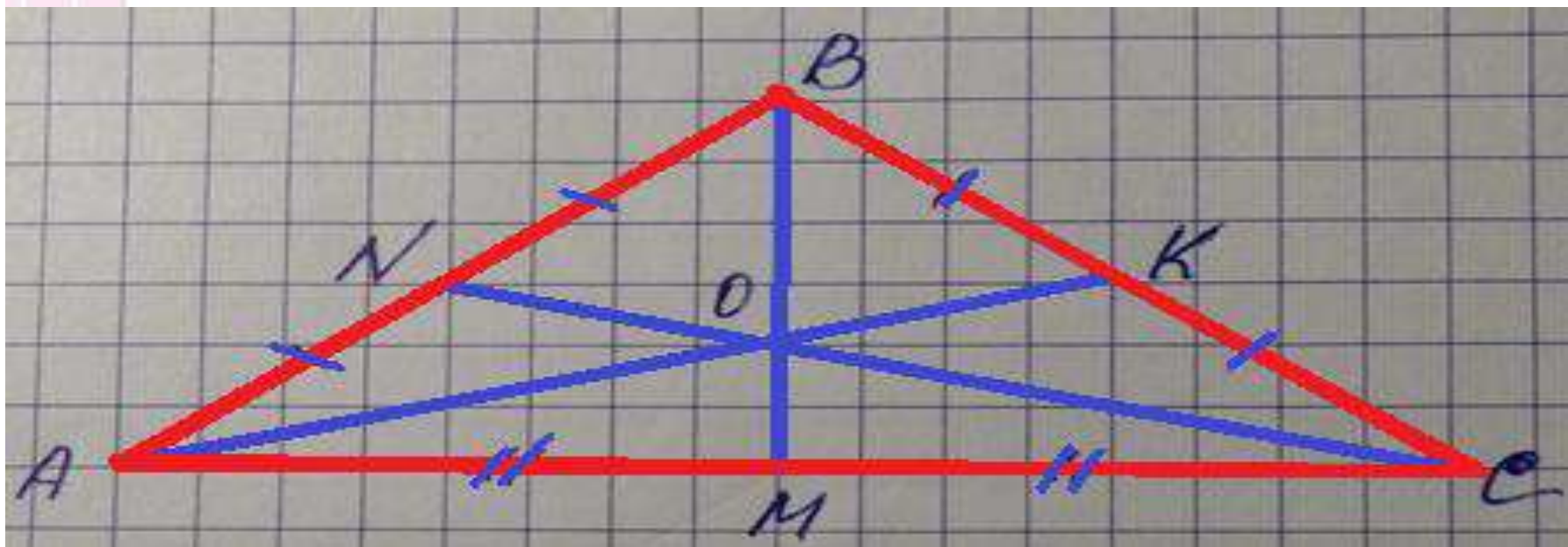
Основание равнобедренного треугольника равно 16, боковая сторона — 10.

Чему равны медианы этого треугольника?

Дано: _____

Найти: _____

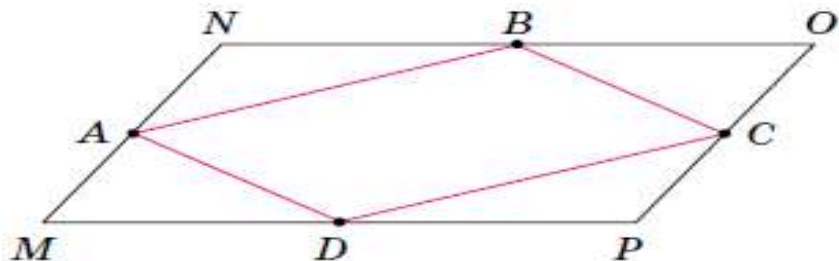
Решение. _____



Задания, направленные на перевод информации одного вида в другой

27

Сформулируйте текст задачи и решите её.



Дано: $MNOP$ — параллелограмм,
 $AM = AN$, $NB = BO$, $OC = PC$, $MD = DP$.
 Доказать: $ABCD$ — параллелограмм.

Доказательство. _____

Текст. _____

31

$ABCD$ — прямоугольник. По данным рисунка сформулируйте задачу и найдите неизвестные величины.

<p>а</p> <p>$\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$; $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$; $\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>б</p> <p>$\angle BOD = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>в</p> <p>$\angle CAD = \underline{\hspace{2cm}}$; $\angle BOD = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
<p>г</p> <p>$AC = 10$ см. $AB = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>д</p> <p>$P_{ABCD} = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>е</p> <p>$P_{ABCD} = \underline{\hspace{2cm}}$</p>

Задания, направленные на перевод информации одного вида в другой

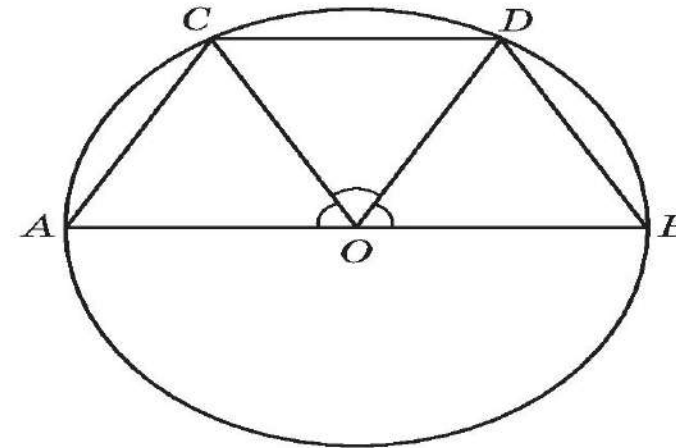
На рисунке отрезок AB — диаметр окружности с центром O . Используя данные рисунка, докажите, что $CD = \frac{1}{2} AB$, и найдите периметр треугольника AOC , если радиус окружности равен 4,5 см.

Дано: _____

Найти: _____

Решение. _____

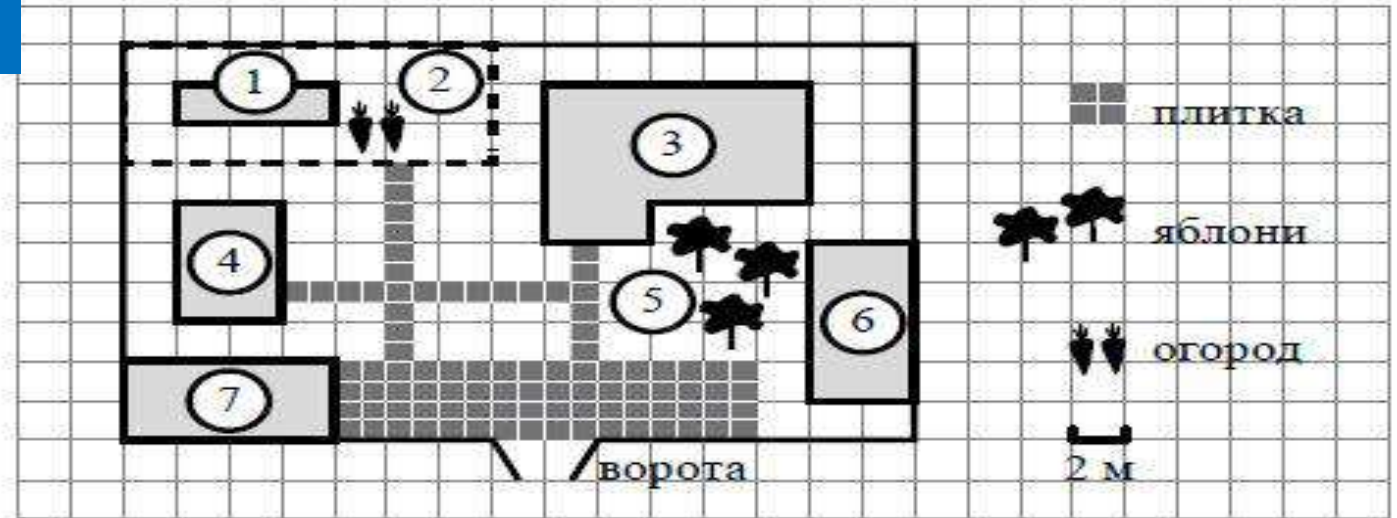
_____ Ответ: _____



Высший уровень читательской грамотности

- Умение работать с объёмными текстами;
- умение получать информацию, необходимую для решения конкретной учебной задачи, не лежащую на поверхности;
- умение выбирать элементы информации, которые сообщаются не в нужном порядке;
- умение находить часть информации, представленную в виде графиков, рисунков, карт...

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



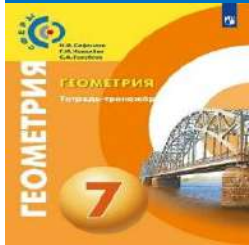
На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Авдеево, 3-й Поперечный пер., д. 13 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится баня, а слева — гараж, отмеченный на плане цифрой 7. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеется сарай (подсобное помещение), расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Перед жилым домом имеются яблоневые посадки.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между баней и гаражом имеется площадка площадью 64 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

Система заданий и приёмы работы с текстом теоремы



2

1. На с. 80 учебника прочитайте один из признаков параллельности прямых.

Запишите условие теоремы: _____

Запишите заключение теоремы: _____

2. Укажите в окружающей вас обстановке примеры, иллюстрирующие этот признак. _____

3. Как вы считаете, может ли в треугольнике быть два прямых угла? Обоснуйте своё утверждение. _____

3

Известно, что прямые a и b параллельны. Как по-другому можно охарактеризовать взаимное расположение прямых a и b ?

прямые a и b _____

13

1. Прочитайте теорему о средней линии трапеции. Запишите условие теоремы: _____

Запишите заключение теоремы: _____

2. Какой приём использовался в доказательстве теоремы? _____

3. Какая теорема использовалась при доказательстве? _____

4. Сформулируйте теорему на языке «Если ..., то ...»: _____

5. Сформулируйте обратную теорему и укажите, верна ли она. _____

Система заданий и приёмы работы с текстом теоремы



п. 4.2

5

Прочитайте в п. 4.2 учебника теорему о соотношении между сторонами и углами треугольника и ответьте на вопросы.

1. Сколько утверждений в теореме? _____

2. Рассмотрите утверждение 1 и запишите:

условие теоремы: _____

заключение теоремы: _____

3. Какие теоремы применялись при доказательстве утверждения 1? _____

4. Рассмотрите утверждение 2 теоремы и запишите:

условие теоремы: _____

заключение теоремы: _____

Какой метод использовался при доказательстве этого утверждения?

5. В треугольнике $\angle M = 35^\circ$, $\angle P = 33^\circ$. Тогда из сторон PK и MK меньшая _____

6

В треугольнике ABC стороны AC и BC перпендикулярны. Можно ли указать наибольшую сторону треугольника? Если да, то какая это сторона? _____

Система заданий и приёмы работы с текстом теоремы



11

1. Прочитайте в п. 4.4 учебника фрагмент «Перпендикуляр и наклонная».
2. Сколько перпендикуляров можно провести к прямой из одной точки? _____
Сколько наклонных? _____
3. Из точки M к прямой a провели перпендикуляр MB и наклонную MC . Запишите соотношение между отрезками MB и MC . _____
4. Какое свойство прямоугольного треугольника использовалось при доказательстве теоремы о перпендикуляре и наклонной? _____
5. Могут ли наклонные, проведённые из одной точки к прямой, быть равными? Если да, то сколько таких наклонных можно провести? Докажите своё утверждение.

п 2.10

15

Прочитайте п. 2.10 и ответьте на вопросы.

1. Как узнать, можно ли около данного четырёхугольника описать окружность?

2. Как узнать, можно ли в данный четырёхугольник вписать окружность? _____

3. В трапеции равны три стороны. Можно ли в неё вписать окружность? _____
4. В четырёхугольнике $ABCD$: $\angle A = \angle B = 90^\circ$, $\angle C = 120^\circ$. Можно ли около данного четырёхугольника описать окружность? _____

Система заданий и приёмы работы с задачей

п. 1.5

10

1. В геометрии при решении задачи принята краткая запись условия с применением математической символики в форме «Дано: ... Найти: (или «Доказать»)». Кроме этого, выполняется рисунок. Потом записывается решение.

Например, условие задачи 29-а на с. 42 учебника и её решение можно записать так:



Дано: $B \in AC$,

$$AB = 4,2 \text{ см},$$

$$BC = 5,8 \text{ см}.$$

Найти: AC .

Решение:

$B \in AC$, значит $AC = AB + BC = 4,2 \text{ см} + 5,8 \text{ см} = 10 \text{ см}$.

Ответ: 10 см.

2. Запишите в тетради краткое условие следующих задач из учебника, сделайте рисунок и запишите решение:

а) № 29-б; б) № 32-а, в) № 33-а.

а) Дано: _____

Найти: _____

Решение: _____

11

По данному краткому условию составьте различные варианты текста задачи и найдите неизвестную величину.

а) Дано: $M \in AB$, $BM = AM + 3$,
 $AB = 19$

Найти: AM .



б) Дано: $F \in DE$, $FE = 3DF$,
 $DE = 32$

Найти: FE .



Система заданий и приёмы работы с задачей

1. По краткой записи составьте и запишите текст задачи. Сделайте чертеж и решите задачу. Сколько решений имеет задача?

а) **Текст.** _____

*Дано: $\angle ABD = 33^\circ$, BD — луч,
 $\angle DBC$ на 20° больше ABD .*

Найти: $\angle ABC$.

Решение 1. _____

19

Сформулируйте по-другому текст задачи и решите её.

Решение 2. _____ а) Разность смежных углов равна 45° . Найдите эти углы.

Текст. _____

Дано: _____

Найти: _____

Решение _____

Ответ: _____

б) Один из смежных углов на 200% больше другого. Найдите эти углы.

Текст. _____

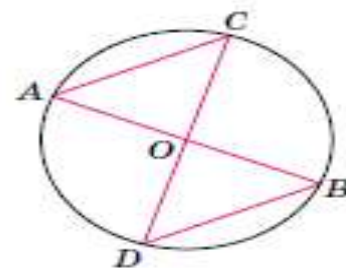
Решение _____

Ответ: _____

Учим работать с информацией, представленной в графическом виде

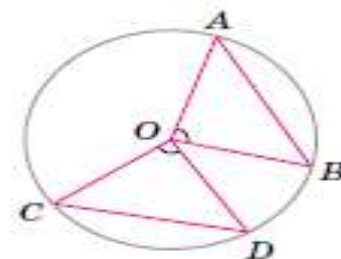
16 AB и CD диаметры окружности с центром O .

Какие геометрические фигуры равны?

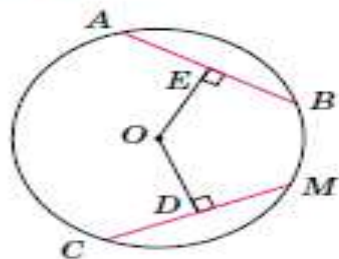


17 Углы AOB и COD равны.

Сравните хорды AB и CD .



18 1. Дано: $AB = CM$, $OE \perp AB$, $OD \perp CM$.



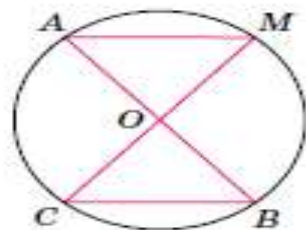
Докажите: $OE = OD$.

Доказательство. _____

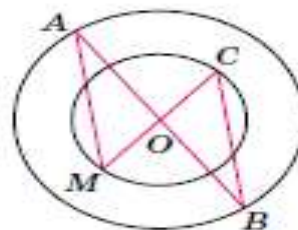
2. Сформулируйте текст задачи. _____

19 AB и CM — диаметры окружности. Докажите, что $AM \parallel BC$.

а



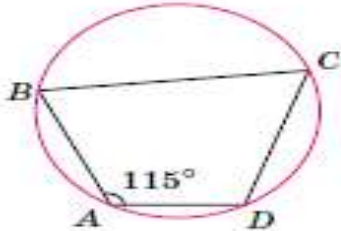
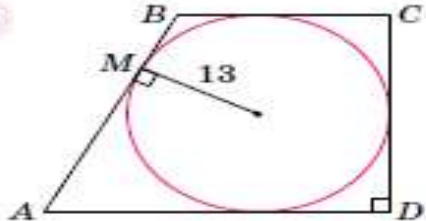
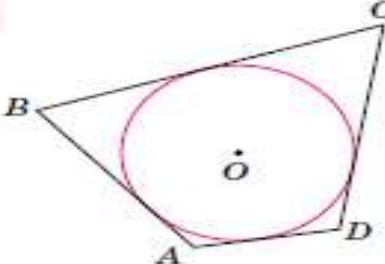
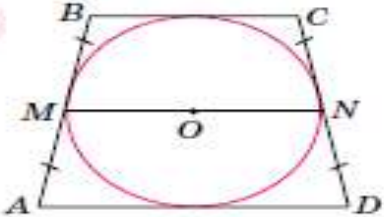
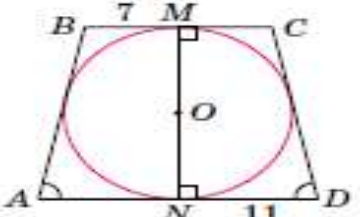
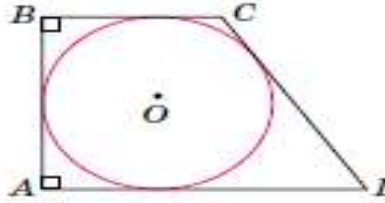
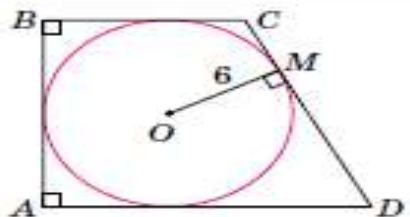
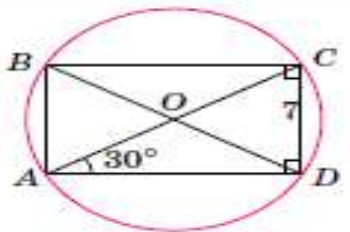
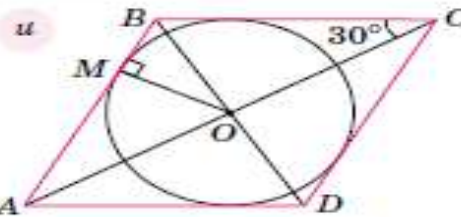
б



Система заданий и приёмы работы с текстом задачи

48

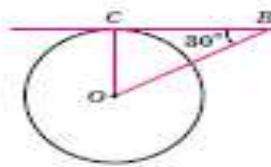
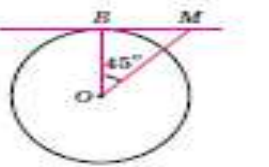
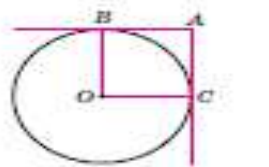
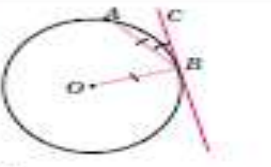
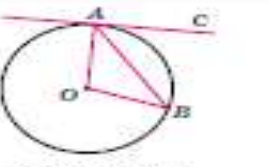
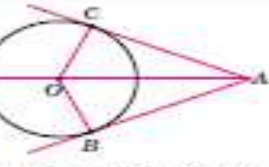
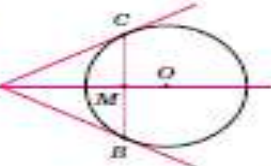
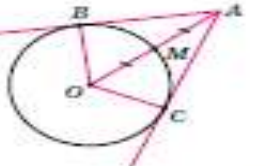
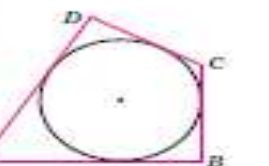
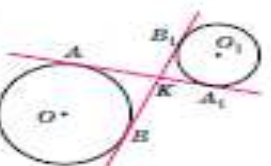
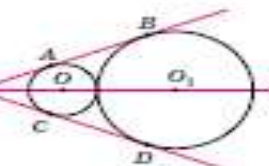
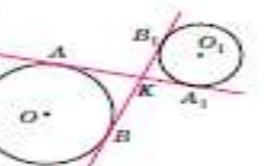
По данным рисунка составьте текст задачи и найдите неизвестную величину.

<p>а</p>  <p>$\sphericalangle BAD = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>б</p>  <p>Высота трапеции: $\underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>в</p>  <p>$P_{ABCD} = 47, AD = 10.$ $BC = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
<p>г</p>  <p>$BC \parallel AD, MN = 8.$ $AB = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>д</p>  <p>$BC \parallel AD.$ $P_{ABCD} = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>е</p>  <p>$\sphericalangle BCD = 150^\circ, R = 9.$ $CD = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
<p>ж</p>  <p>$P_{ABCD} = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>з</p>  <p>$P_{AOB} = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>и</p>  <p>$ABCD$ — ромб, $AC = 24.$ $R = \underline{\hspace{2cm}}$</p>

Задачи на готовых чертежах универсальный инструмент для учителя

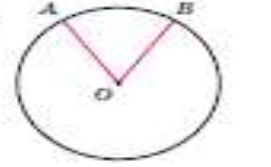
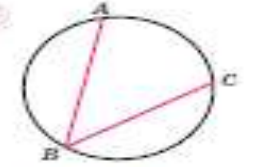
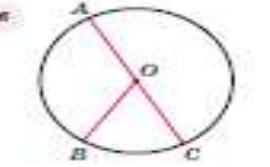
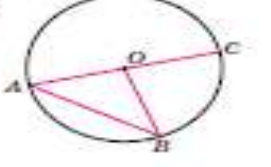
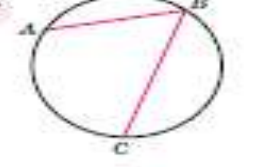
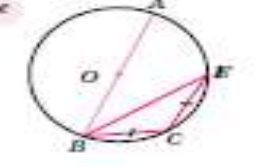
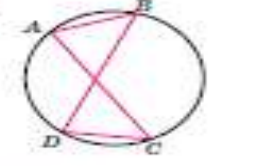
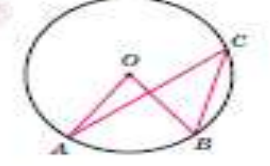
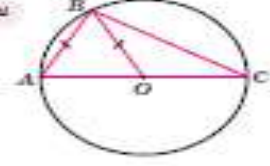
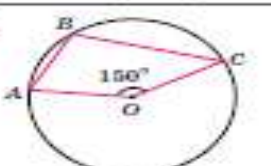
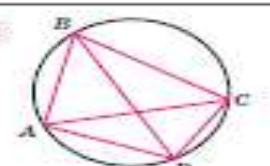
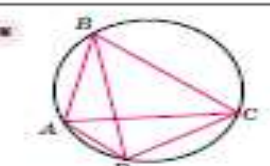
25

По данным рисунка найдите неизвестную величину.

<p>а </p> <p><i>BC</i> — касательная, <i>BO</i> = 6,8. $\angle BOC = 30^\circ$. $\angle B =$ _____</p>	<p>б </p> <p><i>MB</i> = 7,5 — касательная. $\angle BOM = 45^\circ$. $\angle BO =$ _____</p>	<p>в </p> <p><i>AB</i> и <i>AC</i> — касательные, <i>AB</i> \parallel <i>OC</i>. $\angle BAC =$ _____</p>
<p>г </p> <p>$\angle ABC =$ _____</p>	<p>д </p> <p><i>AC</i> — касательная, $\angle AOB = 110^\circ$. $\angle BAC =$ _____</p>	<p>е </p> <p><i>AB</i> и <i>AC</i> — касательные, $\angle CAO = 24^\circ$. $\angle COB =$ _____</p>
<p>ж </p> <p><i>AB</i> и <i>AC</i> — касательные. $\angle CMA =$ _____</p>	<p>з </p> <p><i>AB</i> и <i>AC</i> — касательные. $\angle BOC =$ _____</p>	<p>и </p> <p><i>AB</i> = 22, <i>CD</i> = 17. $P_{ABCD} =$ _____</p>
<p>к </p> <p><i>AA1</i> и <i>BB1</i> — общие касательные окружностей. <i>AA1</i> = 17. <i>BB1</i> = _____</p>	<p>л </p> <p><i>MB</i> и <i>MD</i> — общие касательные окружностей. <i>AB</i> = <i>CD</i> = _____</p>	<p>м </p> <p><i>AA1</i> и <i>BB1</i> — общие касательные окружностей, $\angle AKB = 60^\circ$. Доказать, что $AA_1 = AB + A_1B_1$.</p>

30

Найдите неизвестную величину.

<p>а </p> <p>$\angle AOB = 67^\circ$. $\angle ACB =$ _____</p>	<p>б </p> <p>$\angle ABC = 284^\circ$. $\angle AOC =$ _____</p>	<p>в </p> <p>$\angle AOB = 117^\circ$. $\angle BOC =$ _____</p>
<p>г </p> <p>$\angle BOC = 85^\circ$. $\angle OAB =$ _____</p>	<p>д </p> <p>$\angle AOB = 115^\circ$. $\angle ABC = 40^\circ$. $\angle BC =$ _____</p>	<p>е </p> <p>$\angle CBE = 30^\circ$, <i>BC</i> = <i>CE</i>. $\angle ABE =$ _____</p>
<p>ж </p> <p>$\angle ACD = 49^\circ$. а) $\angle ABD =$ _____ б) $\angle BDC =$ _____</p>	<p>з </p> <p>Угол $\angle AOB$ на 24° больше угла $\angle ACB$. $\angle ACB =$ _____</p>	<p>и </p> <p>$\angle OBC =$ _____</p>
<p>к </p> <p>$\angle AOC = 150^\circ$. $\angle ABC =$ _____</p>	<p>л </p> <p>$\angle ABC = 74^\circ$, $\angle CAD = 42^\circ$. $\angle ABD =$ _____</p>	<p>м </p> <p>$\angle ABD = 25^\circ$, $\angle CAD = 41^\circ$. $\angle ABC =$ _____</p>

33

На рисунке 17: $\triangle ABC = \triangle PKM$.

- а) Какому из углов — M , P или K — обязательно равен угол A ?
 б) Может ли угол M быть равным углу A ?
 в) Может ли угол K быть равным углу A , если $MP < MK$?

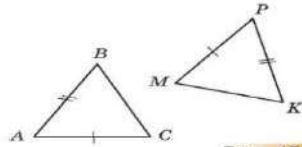


Рис. 17

34

Равны ли треугольники ABC и MNP , если:

- а) $AB = MN$, $AC = MP$, $\angle A = \angle M$;
 б) $AB = MP$, $BC = PN$, $\angle C = \angle P$?

К Т 35

Изобразите два равных угла A и B . На разных сторонах угла A отложите отрезки AM и AN . Отложите на разных сторонах угла B отрезки BD и BE , такие, что $BD = AM$, $BE = AN$. Соедините точки M и N , также E и D . Перечислите равные элементы треугольников AMN и BDE .

К Т 36

а) Используя данные рисунка 18, докажите в каждом случае равенство треугольников, изображённых на рисунках.

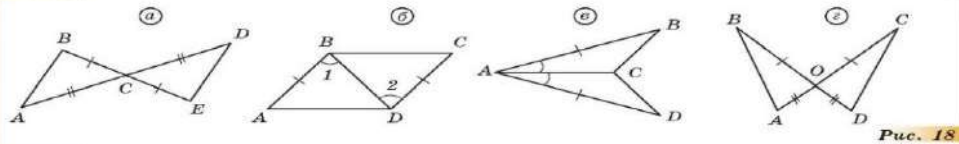


Рис. 18

б) По данным рисунка 18, а найдите $\angle B$ и CD , если известно, что $\angle D = 38^\circ$, $BC = 4,5$ см.

в) По данным рисунка 18, б найдите BD , если известно, что $OC = 8$, $OD = 3,7$.

37

На рисунке 19: $\angle BAD = \angle CAD$, $AB = AC$. Докажите, что луч DA является биссектрисой угла BDC .

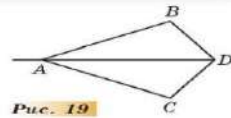


Рис. 19

Т 38

На рисунке 20 отмечены равные элементы треугольника ABC .

- а) Докажите, что треугольники ABD и CBE равны.
 б) Докажите, что треугольник DBE равнобедренный.

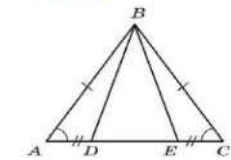


Рис. 20

Т 39

Используя данные рисунка 21, докажите в каждом случае, что треугольник ABC равнобедренный.

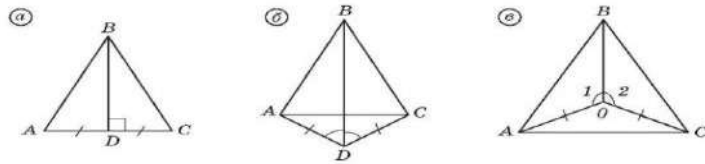


Рис. 21

27

1. Начертите неразвёрнутый угол A и проведите его биссектрису.

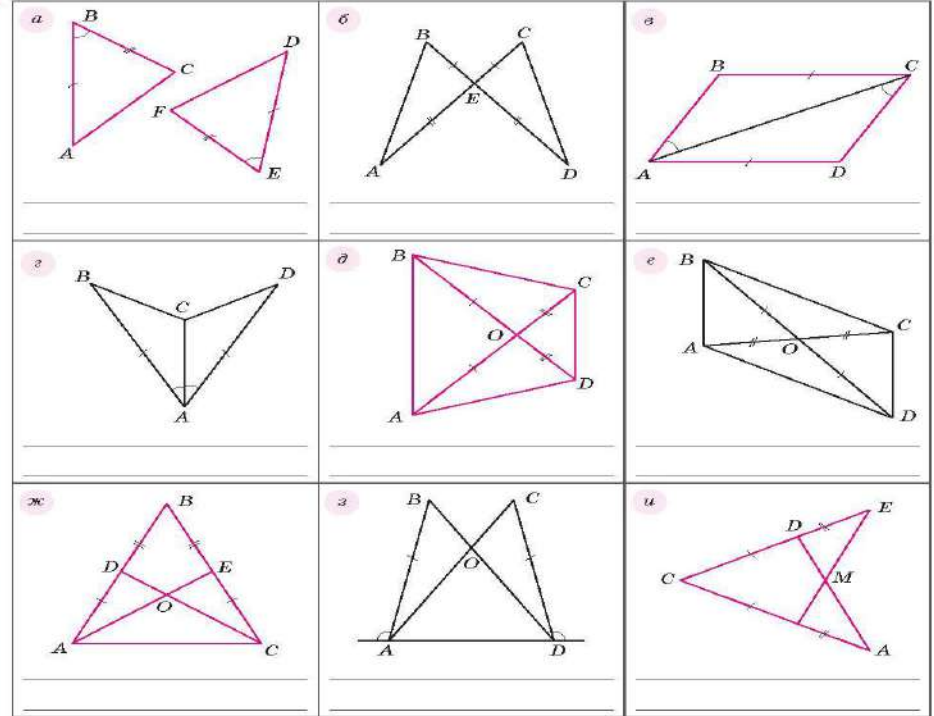
2. На сторонах угла отложите равные отрезки AB и AC .

3. Отметьте на биссектрисе точку E и соедините её с точками B и C .

4. Докажите, что треугольники ABE и ACE равны.

28

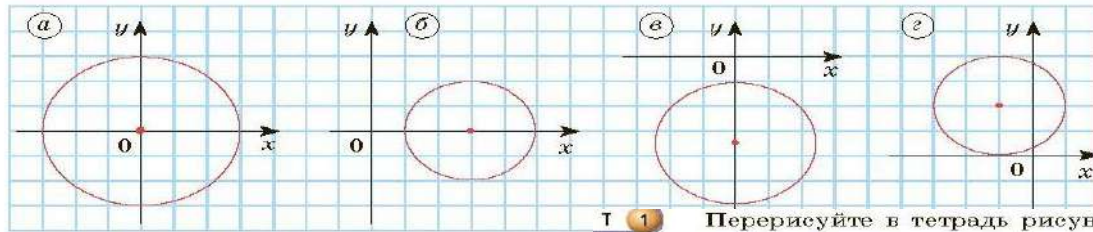
Равенство каких треугольников можно установить? Докажите своё утверждение.



Эффективная система заданий «Геометрия на клетчатой бумаге»

28

Используя свойства клетчатой бумаги (размер клетки 1×1), определите координаты центра окружности и её радиус (рис. 1). В каждом случае запишите уравнение окружности.



Т 1

Перерисуйте в тетрадь рисунок 1. Проведите через каждую из точек A и B прямые, параллельные прямой a .

1. а) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 дренные треугольники (рис. 17). В каждом случае найдите площадь и его площадь.
б) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображены два треугольника (рис. 18). Найдите площадь каждого треугольника.

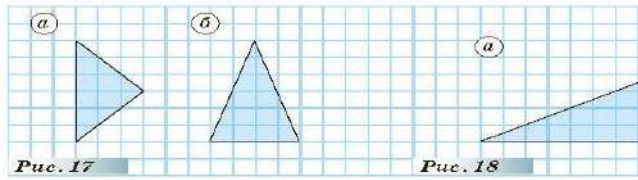


Рис. 17

Рис. 18

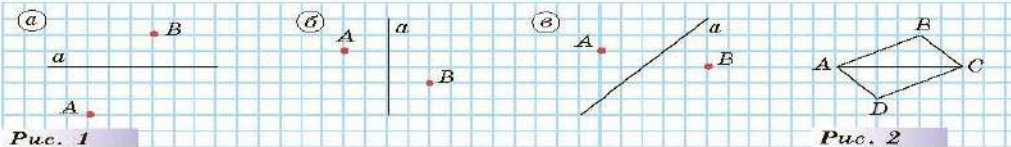


Рис. 1

Рис. 2

Т 2

Перерисуйте в тетрадь рисунок 2. Через точки A и C проведите прямые a и b , перпендикулярные прямой AC . Что можно сказать про прямые a и b ?

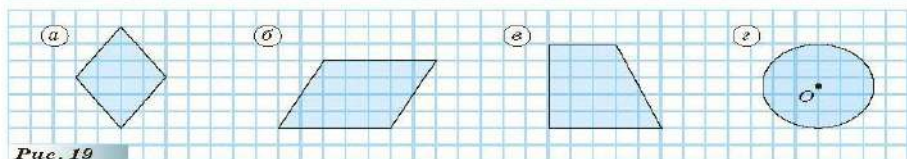


Рис. 19

2. Пользуясь свойствами клетчатой бумаги с размером клетки 1×1 , найдите площадь каждой закрашенной фигуры, изображенной на рисунке 19.

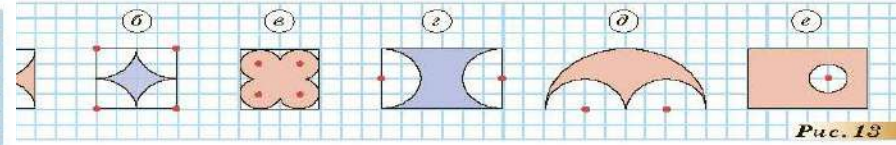


Рис. 13

К Т 72

(Задача Гипократа.) Около прямоугольника описали окружность и на каждой его стороне как на диаметре построили полуокружность (рис. 14). Докажите, что сумма площадей закрашенных фигур равна площади прямоугольника.

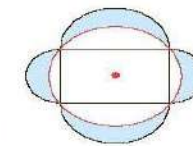


Рис. 14

Овладение способами рассуждений



п. 1.5

51 1. Окружность с центром O вписана в треугольник ABC . Запишите равные отрезки.

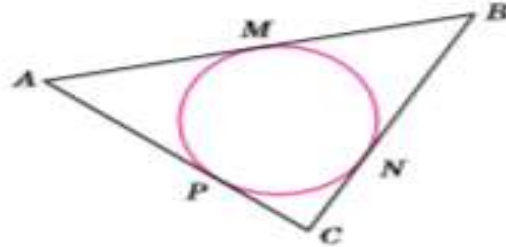
2. Рассмотрите решение задачи на с. 21 учебника. Пользуясь тем же приёмом — «Шагаем по периметру», — решите следующие задачи.

1. В прямоугольный треугольник, с катетами a и b и гипотенузой c вписана окружность радиуса r . Докажите, что $c = a + b - 2r$.

Дано: _____

Найти: _____

Решение. _____

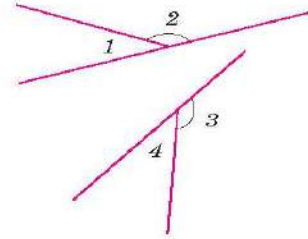


16

1. Прочитайте на с. 31 учебника, в чём состоит метод доказательства «от противного».

2. Рассмотрите применение этого метода при доказательстве следующего утверждения: «Углы, смежные с равными углами, равны».

Дано: $\angle 1$ и $\angle 2$ — смежные,
 $\angle 3$ и $\angle 4$ — смежные,
 $\angle 2 = \angle 3$.
 Доказать: $\angle 1 = \angle 4$.



Доказательство. 1) Предположим, что $\angle 1 \neq \angle 4$.
 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ как смежные, отсюда $\angle 2 = 180^\circ - \angle 1$.
 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ как смежные, отсюда $\angle 3 = 180^\circ - \angle 4$.

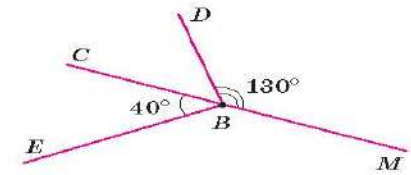
По предположению $\angle 1 \neq \angle 4$, тогда $\angle 2 \neq \angle 3$ по условию. Получили противоречие с условием задачи, значит, предположение неверно и $\angle 1 = \angle 4$.

Пользуясь методом доказательства «от противного», решите задачу № 93 (с. 21).

Доказательство.

Предположим, что _____. Тогда $\angle DBE \neq$ _____.

$\angle DBE -$ _____ $\neq 90^\circ$ _____.



2) по так как $\angle CBD$ и $\angle DBM$ — _____, то $\angle CBD + \angle DBM =$ _____ $^\circ$.
 Отсюда $\angle CBD =$ _____ $-$ _____ $= 180^\circ -$ _____ $^\circ$. Получили противоречие с п. 1, значит, предположение _____ и _____.

Внимание приёмам и методам математики



Задача. В треугольнике ABC проведена медиана AM . Известно, что $AB > AC$. Докажите, что $\angle BAM < \angle MAC$.

Решение. По условию задачи выполним чертёж (рис. 1).

Для доказательства выполним дополнительное построение: на продолжении медианы AM отложим отрезок $MD = AM$ и проведём отрезок BD (рис. 2).

Рассмотрим треугольники CMA и BMD .

В этих треугольниках $AM = MD$ по построению, $BM = MC$, так как AM — медиана, $\angle AMC = \angle DMB$ — как вертикальные углы, значит, $\triangle CMA = \triangle BMD$ по двум сторонам и углу между ними.

Из равенства треугольников следует, что $\angle MDB = \angle CAM$ и $BD = AC$ как соответственные элементы.

Рассмотрим треугольник DAB . $AB > BD$, так как $BD = AC$, а $AB > AC$ по условию. Против большей стороны лежит больший угол, значит, $\angle MDB > \angle BAM$. Заменяем $\angle MDB$ на равный ему $\angle CAM$, получим неравенство $\angle CAM > \angle BAM$, т. е. $\angle BAM < \angle CAM$.



Рис. 1

5.6

ВЫ УЗНАЕТЕ:

- В чём состоит метод площадей
- Классический способ доказательства теоремы Пифагора

МЕТОД ПЛОЩАДЕЙ

Понятие площади широко используется при доказательстве теорем и решении задач.

МЕТОД ПЛОЩАДЕЙ Этот метод основан на использовании площади как вспомогательной величины, его ещё называют методом вспомогательной площади. Докажем этим методом теорему о биссектрисе угла треугольника.

3.4

ВЫ УЗНАЕТЕ:

- Примеры применения метода координат при решении задач

КООРДИНАТНЫЙ МЕТОД

Метод координат является одним из самых универсальных методов. Для того чтобы им воспользоваться, нужно ввести систему координат и записать условие задачи в координатах.

ВЫБОР СИСТЕМЫ КООРДИНАТ Пожалуй, самым главным этапом решения геометрической задачи координатным методом является удобный выбор системы координат, так как успех в решении во многом зависит именно от выбора системы координат.

Есть геометрические фигуры, своим видом подсказывающие выбор системы координат: прямоугольник, ромб, квадрат, окружность... (рис. 3.16, $a-d$).

5.4

Метод геометрических мест точек

МЕТОД ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МЕСТ ТОЧЕК В ЗАДАЧАХ НА ПОСТРОЕНИЕ

Одним из самых распространённых методов решения задач на построение является метод геометрических мест точек.

В ЧЁМ СУТЬ МЕТОДА ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МЕСТ ТОЧЕК Рассмотрим ещё раз задачу на построение треугольника по ста-

УДВОЕНИЕ МЕДИАНЫ Для того чтобы научиться решать задачи по геометрии, очень важно освоить отдельные приёмы, методы решения задач. Разобравшись, как такой приём или метод «работает», вы сможете в дальнейшем эффективно его использовать. При решении предыдущей задачи мы пользовались одним из таких приёмов — приёмом удвоения медианы. В чём же он состоит?

Часто для решения задачи надо сначала провести какое-нибудь дополнительное построение (например, в треугольнике провести высоту или в четырёхугольнике провести диагональ).

Одно из важных дополнительных построений — продолжение медианы треугольника.

Если в условии задачи фигурирует медиана треугольника, то очень часто помочь решению может продолжение медианы на отрезок, ей равный, т. е. *удвоение медианы*.

Учебник будет и дальше знакомить вас с приёмами и методами геометрии.

...ственности перпендикуляра к

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ОТ ПРОТИВНОГО

Способ, который мы применили для доказательства единственности перпендикуляра к прямой, называется **доказательством от противного**, и состоит он в следующем.

1. Сначала делают предположение, что доказываемое утверждение неверно, и предполагают противоположное тому, что надо доказать.

2. Затем путём рассуждений приходят к выводу, противоречащему уже известным фактам.

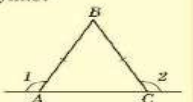
3. Чтобы противоречие не возникало, есть лишь одна возможность — справедливость доказываемого утверждения. На этом основании заключают, что предположение неверно, а значит, верно то утверждение, которое нужно было доказать.

На теоретических разворотах представлены опорные задачи, где разбираются приёмы, способы рассуждений, методы решения задач

2.2 ■ РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК И ЕГО СВОЙСТВА

Задача 1. В треугольнике ABC $AB = BC$. Что можно сказать про углы 1 и 2 на рисунке?

Решение. $AB = BC$, значит, по определению $\triangle ABC$ — равнобедренный с основанием AC . $\angle 1 + \angle BAC = 180^\circ$ как сумма смежных углов. Отсюда $\angle 1 = 180^\circ - \angle BAC$. Аналогично $\angle 2 = 180^\circ - \angle BCA$. Но $\angle BAC = \angle BCA$ как углы при основании равнобедренного треугольника. Следовательно, $\angle 1 = \angle 2$. (Если из равного вычтем равное, то получим равное.)
 Ответ: углы 1 и 2 равны.



Задача 2. Периметр равнобедренного треугольника равен 18 см, а одна из его сторон 3 см. Найдите стороны треугольника.

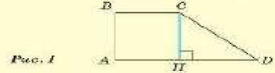
Решение. Рассмотрим равнобедренный треугольник ABC . Возможны 2 случая: 1) основание боковой стороны и 2) боковая сторона больше основания. Рассмотрим каждый из них.
 1) $AC > AB$. $AC = AB + 3$ см. $\triangle ABC$ равнобедренный по условию, как боковые стороны равнобедренного. Тогда $P_{ABC} = AB + BC + AC = 3AB + 3$ см. $P_{ABC} = 18$ см, т.е. $3AB + 3 = 18$ см, $3AB = 15$ см, $AB = 5$ см, $AC = 5 + 3 = 8$ см.
 2) $AB = BC > AC$, т.е. $AB = AC + 3$ см. $P_{ABC} = AB + BC + AC = AC + AC + 3 + AC = 3AC + 6$ см. $3AC + 6 = 18$ см, отсюда $3AC = 12$ см, $AC = 4$ см, $AB = BC = 4 + 3 = 7$ см.
 Ответ: 5 см, 5 см, 8 см; 4 см, 7 см, 7 см.

РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК
ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Треугольник называют равносторонним, если у него все стороны равны. На рисунке 2.9 $\triangle ABC$ — равносторонний. Пусть $AB = a$. Тогда $P_{ABC} = 3a$. С соседом по парте или командой самостоятельно сформулируйте и докажите свойства равностороннего треугольника.

Древнегреческий математик измерил однажды в свой пирамиды на египетского фараона. Предание гласит, что в день и час, когда дробная часть тени равнялась моменту, высота пирамиды равнялась длине её тени.

4.4 ■ СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

Задача 1. В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC известно, что $AB = 6$ см, $BC = 7$ см, $AD = 15$ см, $\angle A = 90^\circ$. Найдите синус, косинус, тангенс и котангенс меньшего угла трапеции.



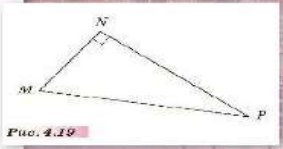
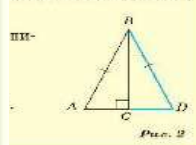
Решение. В трапеции $ABCD$ (рис. 1): $\angle A = 90^\circ$, $BC < AD$, следовательно, меньшим будет угол D . Проведем высоту CH , получим прямоугольный $\triangle BCD$, в котором $BD = AD - BC = 15 - 7 = 8$ см. Тогда $DH = AD - AH = 15 - 7 = 8$ см. Рассмотрим прямоугольный треугольник CHD . По теореме Пифагора $CD^2 = CH^2 + HD^2$. Отсюда $CD = 10$ см.

$$\sin D = \frac{HD}{CD} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5};$$

$$\cos D = \frac{CD}{AD} = \frac{8}{15};$$

$$\tan D = \frac{3}{4}; \quad \cotg D = \frac{4}{3}.$$

$\angle D = 18^\circ$, угловой треугольник ABD так, как да угол при вершине A равен 36° , а значит ABD является $\sqrt{5}-1$, так как BC — ного треугольника, то



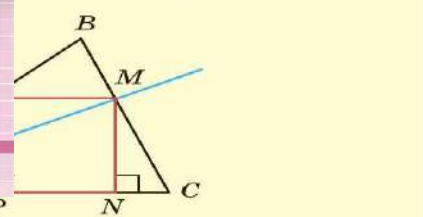
ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- 1) Дайте определение синуса острого угла, косинуса острого угла, тангенса острого угла, котангенса острого угла, прямоугольного треугольника.
- 2) Дайте определение косинуса острого угла, тангенса острого угла, котангенса острого угла, прямоугольного треугольника.
- 3) Дайте определение синуса острого угла, косинуса острого угла, тангенса острого угла, котангенса острого угла, прямоугольного треугольника.
- 4) На рисунке 4.19 постройте прямоугольный треугольник MNP . Запишите, чему равны $\sin P$, $\cos M$, $\tan M$, $\cotg P$, $\sin P$, $\cos P$, $\tan P$, $\cotg M$, $\sin M$, $\cos M$, $\tan M$, $\cotg P$.
- 5) Докажите, что синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла всегда только от градусной меры угла.
- 6) Докажите, что для любого острого угла выполняется неравенство $\sin \alpha < 1$.
- 7) Может ли косинус острого угла быть равен $0,85$; 2 ; $\sqrt{2} - 1$?

ный остроугольный треугольник вписать квадрат так, чтобы стороны квадрата лежали на сторонах AB и BC и ещё по одной — на

треугольника ABC проигим перпендикуляр DE квадрата $EDEFK$, стороной EF и ещё по одной — на

обозначим точку пересечения BC через M (рис. 2). перпендикуляр MN на AC .



3. Построенный квадрат $PLMN$ получается из квадрата $EDEFK$.

Задача 1. Найдите периметр равнобедренного треугольника, две стороны которого равны 4,8 см и 9,7 см.
Решение. В задаче не указано, какая из сторон является основанием.

Если основание равнобедренного треугольника равно 9,7 см, то боковая сторона будет равна 4,8 см. Проверим, выполняется ли неравенство треугольника: так, основание должно быть меньше суммы боковых сторон, но $9,7 > 4,8 + 4,8$, так как $4,8 + 4,8 = 9,6$. Значит, основание не может быть равным 9,7 см.

Тогда основание равно 4,8 см, а боковая сторона 9,7 см.

И периметр треугольника $P = 4,8 \text{ см} + 2 \cdot 9,7 \text{ см} = 24,2 \text{ см}$.

Задача 2. Докажите, что медиана BM треугольника ABC меньше полусуммы сторон BC и BA .

Решение. Воспользуемся приёмом удвоения медианы: выполнив чертёж по условию задачи, сделаем дополнительное построение — на продолжении медианы BM отложим отрезок $ME = BM$ и соединим точки A и E .

1. Рассмотрим треугольник ABE . Из неравенства треугольника следует, что $BE < AB + AE$. Так как $BE = 2BM$, то $2BM < AB + AE$. $\triangle AME = \triangle SMB$ по двум сторонам и углу между ними:

$AM = MC$, так как BM — медиана, $BM = ME$ по построению, $\angle BMC = \angle AME$ — как вертикальные углы. Тогда $AE = BC$ как соответствующие элементы в равных треугольниках.

В неравенстве $2BM < AB + AE$ заменим AE на равный ему отрезок BC , получим $2BM < AB + BC$, тогда $BM < \frac{1}{2}(AB + BC)$.



Рис. 1

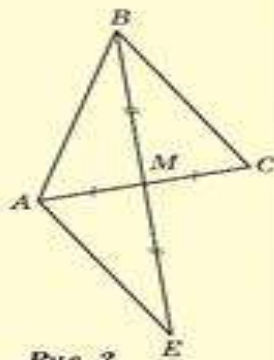


Рис. 2



Задача 1. Найдите периметр равнобедренного треугольника, две стороны которого равны 4,8 см и 9,7 см.
Решение. В задаче не указано, какая из сторон является основанием.

Если основание равнобедренного треугольника равно 9,7 см, то боковая сторона будет равна 4,8 см. Проверим, выполняется ли неравенство треугольника: так, основание должно быть меньше суммы боковых сторон, но $9,7 > 4,8 + 4,8$, так как $4,8 + 4,8 = 9,6$. Значит, основание не может быть равным 9,7 см.

Тогда основание равно 4,8 см, а боковая сторона 9,7 см.
 И периметр треугольника $P = 4,8 \text{ см} + 2 \cdot 9,7 \text{ см} = 24,2 \text{ см}$.

Задача 2. Докажите, что медиана BM треугольника ABC меньше полусуммы сторон BC и BA .

Решение. Воспользуемся приёмом удвоения медианы: выполнив чертёж по условию задачи, сделаем дополнительное построение — на продолжении медианы BM отложим отрезок $ME = BM$ и соединим точки A и E .

1. Рассмотрим треугольник ABE . Из неравенства треугольника следует, что $BE < AB + AE$. Так как $BE = 2BM$, то $2BM < AB + AE$. $\triangle AME = \triangle SMB$ по двум сторонам и углу между ними:

$AM = MC$, так как BM — медиана, $BM = ME$ по построению, $\angle BMC = \angle AME$ — как вертикальные углы. Тогда $AE = BC$ как соответствующие элементы в равных треугольниках.

В неравенстве $2BM < AB + AE$ заменим AE на равный ему отрезок BC , получим $2BM < AB + BC$, тогда $BM < \frac{1}{2}(AB + BC)$.

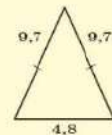


Рис. 1

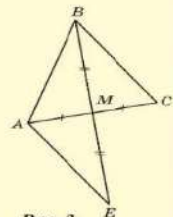


Рис. 2

ЗАДАЧИ

1. Существует ли треугольник, одна из сторон которого на 5 см меньше второй и на 3 см меньше третьей стороны, а периметр равен 18 см?
2. Будут ли располагаться на одной прямой точки A , B и C , если $AB = 1,4$ см, $BC = 1,8$ см, $AC = 3$ см?
3. В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 20 см, а другая равна 8 см. Какая из них является основанием?
4. Найдите периметр равнобедренного треугольника, если его стороны равны 5,2 см и 7,6 см.
5. Отрезок BD — биссектриса треугольника ABC , в котором $AB > BC$. Докажите, что $AD > DC$.
6. На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC отмечены соответственно точки D , E и K , отличные от вершин треугольника. Докажите, что периметр треугольника DEK меньше периметра треугольника ABC .
7. Дан равносторонний треугольник ABC . Внутри него взята некоторая точка O . Докажите, что $OA < OB + OC$.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- В каком случае три отрезка могут быть сторонами треугольника?
- Докажите теорему, выражающую неравенство треугольника.
- Существует ли треугольник со сторонами: а) 8, 3, 5; б) 8, 3, 4; в) 8, 5, 5?
- Существует ли треугольник, периметр которого равен 24 см, а одна из сторон 12 см?

Задания рубрики «Анализируем и рассуждаем» формируют навыки исследовательской деятельности, направлены на освоение приёмов и методов математики, содержат задачи повышенного уровня сложности

67

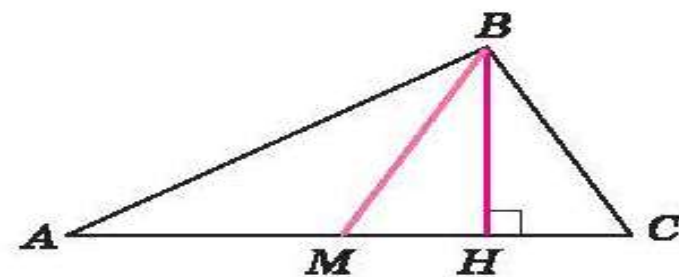
Из вершины B треугольника ABC проведены медиана BM и высота BH , которые делят угол B на три равные части. Найдите углы треугольника ABC .

Дано: _____

Найти: _____

Указание. Из точки M проведите перпендикуляр ME к стороне AB и определите углы треугольника AME .

Решение. _____

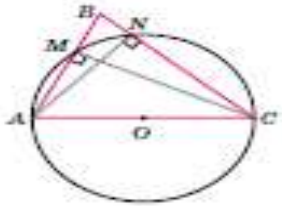


Рубрика «Анализируем и рассуждаем»

п. 1.3

50

1. На стороне AC треугольника ABC как на диаметре построена окружность, пересекающая стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Докажите, что отрезки AN и CM являются высотами треугольника ABC .



Дано: _____

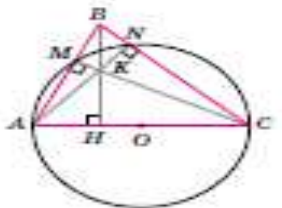
Доказать: _____

Доказательство: _____

2. Сформулируйте и докажите обратную задачу.

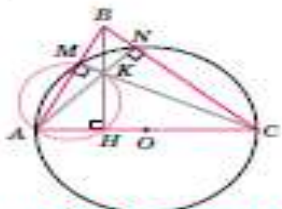
Текст: _____

Доказательство: _____



3. На рисунке точка K — точка пересечения высот AN , BH и CM треугольника ABC . Докажите, что точки A , M , N и C лежат на одной окружности. Укажите радиус и центр этой окружности.

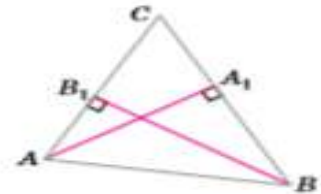
4. Определите ещё четвёрки точек, принадлежащих одной окружности. Определите центр такой окружности и её радиус.



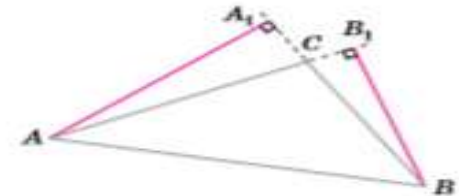
5. Докажите, что точки A , M , K и H лежат на одной окружности.

6. Есть ли ещё четвёрки точек, содержащих точку K и принадлежащих одной окружности? Если есть, определите центр такой окружности и укажите её радиус.

7. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.



8. В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что углы A_1B_1C и ABC равны.



9. В треугольнике ABC с тупым углом ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Какие углы в треугольниках A_1BC_1 и ABC равны?

**Задания
высокого уровня**

Задачи-исследования представлены в каждом параграфе и тетради-тренажёре

К

7

ЗАДАЧА-ИССЛЕДОВАНИЕ

- 1) Может ли в треугольнике один из углов быть больше суммы двух других углов? Если да, то каков вид такого треугольника?
- 2) Может ли в треугольнике каждый из его углов быть меньше суммы двух других углов? Если да, то каков вид такого треугольника?
- 3) Может ли разность двух углов треугольника быть меньше третьего угла?
- 4) Существует ли треугольник, у которого разность любых двух углов больше третьего угла? Если да, то каков вид такого треугольника?
- 5) Если один из углов треугольника равен разности двух других углов, то каков вид этого треугольника?
- 6) Если величины углов треугольника относятся как $1 : 2 : 3$, то каков вид этого треугольника?
- 7) Каков вид треугольника, если сумма любых двух его углов больше 90° ?

ЗАДАЧА-ИССЛЕДОВАНИЕ

1. Будут ли равнобедренные треугольники подобны, если:

- В
- а) они имеют по равному углу, противоположному основанию треугольников?
 - б) они имеют по равному углу при основании треугольников?
 - в) они имеют по равному тупому углу?
 - г) они имеют по равному острому углу?

2. Будут ли подобны прямоугольные треугольники, если они имеют по равному острому углу?

25

ЗАДАЧА-ИССЛЕДОВАНИЕ

1. В прямоугольном равнобедренном треугольнике ABC найдите:
 - а) гипотенузу AB , если $AC = 5$;
 - б) катеты AC и BC , если гипотенуза AB равна 8 см.
2. Пусть катет прямоугольного равнобедренного треугольника равен a . Чему равна гипотенуза этого треугольника?
3. Во сколько раз гипотенуза прямоугольного равнобедренного треугольника больше катета?
4. Сделайте вывод, как в прямоугольном равнобедренном треугольнике можно найти:
 - а) гипотенузу, если известен катет треугольника;
 - б) катет, если известна гипотенуза треугольника.
5. Найдите диагональ квадрата, если его сторона равна:
 - а) 3 см; б) $4\sqrt{2}$ см; в) a .
6. Найдите сторону квадрата, если его диагональ равна:
 - а) 8; б) $5\sqrt{6}$.

ЗАДАЧА-ИССЛЕДОВАНИЕ

1. Известны координаты трёх вершин параллелограмма. Как найти координаты его четвёртой вершины?
2. Известны координаты четырёх точек. Как проверить, являются ли они вершинами: а) параллелограмма? б) ромба? в) прямоугольника? г) квадрата? д) равнобедренной трапеции?
3. Известны координаты вершин четырёхугольника. Как вычислить его площадь? Приведите примеры.

Задания в формате PISA, ОГЭ, ВПР

1 Составьте инструкцию, как изготовить рамку для фотографии, если размеры фотографии 10×15 см, а ширина багета 2 см.

1. Материал: _____

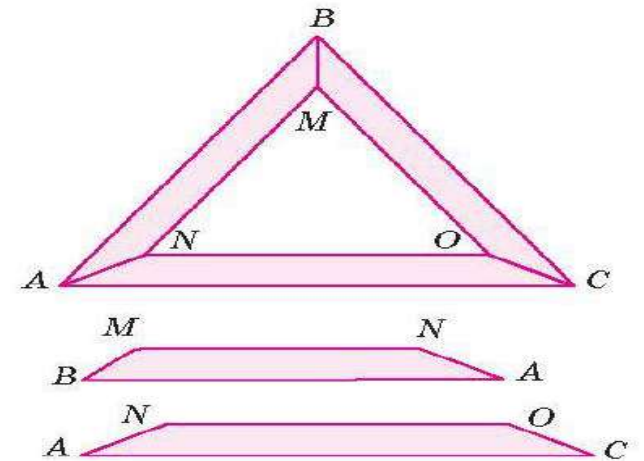
2. Инструменты: _____

3. Порядок работы: _____

2 В салон самолета можно взять багаж, размеры которого не превышают $22 \times 40 \times 55$ см. Составьте инструкцию, как измерить размеры дорожной сумки.

ПРИМЕНЯЕМ ГЕОМЕТРИЮ

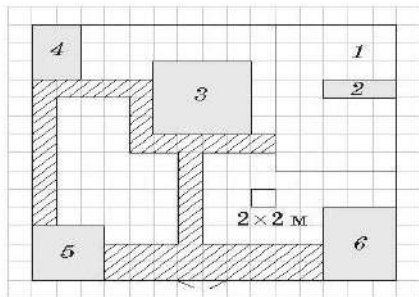
1. Требуется изготовить наличник на окно дачного дома. Окно представляет собой равнобедренный треугольник с углом 80° , противоположным основанию треугольника. Определите, под какими углами нужно выпиливать детали наличника. Какие инструменты для этого понадобятся?



Задания в формате PISA, ОГЭ, ВПР

Вариант 2

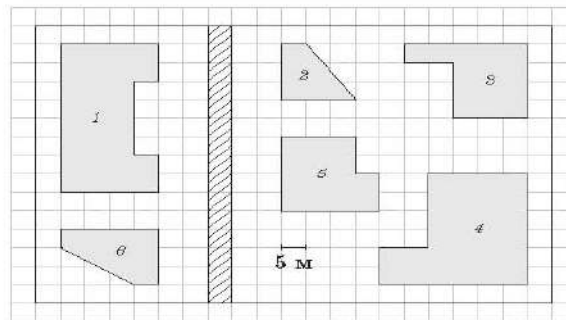
1 На плане изображено одно из домохозяйств, расположенных на улице Вишнёвой села Садовое. Сторона каждой клетки на плане равна 2 м. Участок имеет прямоугольную форму. При входе на участок справа от ворот находится помещение для домашних животных, а слева — сарай, отмеченный на плане цифрой 5. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо сарая, дома и помещения для животных на участке имеется баня, расположенная в углу участка, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 1). На участке между домом, сараем и баней растут плодовые деревья, а между домом, огородом и помещением для животных — цветы. Все дорожки внутри участка вымощены цветной тротуарной плиткой размером $0,5 \times 0,5$ м. Найдите площадь участка, отведённого под цветы.



Ответ: _____

Вариант 4

1 На плане изображён новый микрорайон города Кирова. В микрорайоне расположена школа № 17, рассчитанная на 950 учащихся. Здание школы обозначено цифрой 1. Одноклассники Нина, Коля и Олег проживают в этом микрорайоне в разных домах. Рядом со школой расположены здание банка, детский сад, здание которого занимает площадь 225 м^2 , и дом, в котором живёт Нина. Дом Олега занимает такую же площадь, что и дом Нины. Какую площадь занимает дом, в котором проживает Коля?



Ответ: _____

прямоугольник на два равных треугольника с катетами a и b . Значит, площадь одного треугольника будет равна половине площади прямоугольника, то есть $\frac{1}{2}ab$.

Каждый из полученных в прямоугольнике треугольников равен данному треугольнику по двум катетам. Следовательно, площади этих треугольников равны. Тогда площадь S данного треугольника выражается формулой:

$$S = \frac{1}{2}ab. \quad \blacktriangledown$$



Задача 1. Определите, какой длины нужен забор, чтобы огородить участок прямоугольной формы площадью 8 соток, если одна сторона участка в 2 раза больше другой.

Решение. Участок имеет форму прямоугольника. Длина забора будет равна периметру этого прямоугольника.

Пусть прямоугольник $ABCD$ — схематический рисунок участка. Пусть меньшая сторона $AB = x$ м, тогда $BC = 2x$ м.

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC = x \cdot 2x = 2x^2 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Площадь участка — 8 соток, или 800 м^2 (1 сотка = 100 м^2). Получаем уравнение: $2x^2 = 800$.

Решая его, получим, что $x = 20$, то есть меньшая сторона прямоугольника 20 м, а большая 40 м. Тогда $P_{ABCD} = 2(20 + 40) = 120$ м.

Ответ: нужен забор длиной 120 м.

Задача 2. Сторону AB прямоугольника $ABCD$ продолжили за точку B на отрезок BM , равный отрезку AB . Точки M и D соединили отрезком. Найдите площадь треугольника AMD , если $AB = 4$ см, $BC = 7$ см.

Решение.

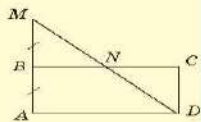
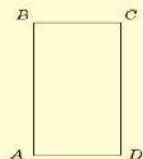
$ABCD$ — прямоугольник, значит, $\angle A = 90^\circ$, тогда треугольник AMD — прямоугольный. $AD = BC = 7$ см как противоположные стороны прямоугольника. Так как $AB = BM$, то

$$AM = 2AB = 2 \cdot 4 = 8 \text{ (см)}.$$

$$S_{AMD} = \frac{1}{2}AM \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 7 = 28 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Ответ: 28 см^2 .

Обсудите с соседом по парте эту задачу и предложите другой способ её решения.



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Докажите соседу по парте, что площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.
- Какую площадь занимает лист бумаги формата А4? А какую площадь занимает учебник геометрии?
- Чему равна площадь прямоугольного треугольника?
- Определите, какое количество плиток размером 40×40 см потребуется, чтобы выложить пол медицинского кабинета вашей школы.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Докажите соседу по парте, что площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.
- Какую площадь занимает лист бумаги формата А4? А какую площадь занимает учебник геометрии?
- Чему равна площадь прямоугольного треугольника?
- Определите, какое количество плиток размером 40×40 см потребуется, чтобы выложить пол медицинского кабинета вашей школы.

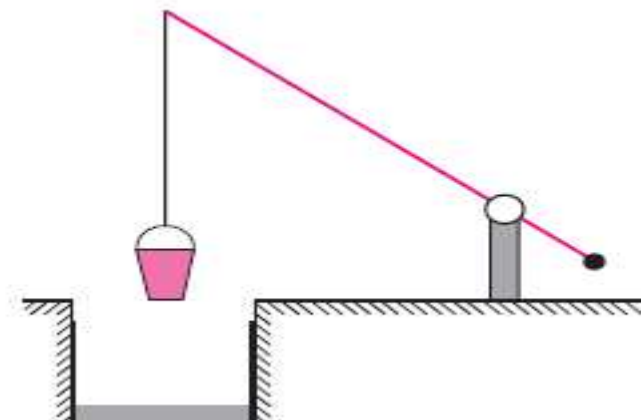


28

Длинное плечо «журавля» равно 6 м, короткое 2 м.

а) На сколько метров опустится конец длинного плеча «журавля», если конец короткого поднялся на 1,5 м?

б) На сколько метров опустится конец короткого плеча, если конец длинного плеча поднялся на 2,7 м?



признаки подобия:
 ных треугольников;
 ных треугольников.

е дома, удалённого на 50 м от объектива фотоаппарата, имеет на его дисплее высоту 10 мм. Расстояние от объектива до изображения равно 50 м. Какова высота дома?

б) Найдите высоту дерева, если длина его тени равна 2,8 м, а длина тени от вертикального столба высотой 2 м равна 6,1 м (рис. 10).

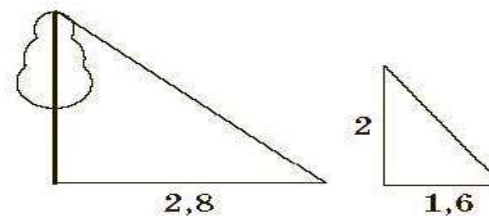


Рис. 10

Т 32

На рисунке 11 изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет 2 м в длину, а длинное плечо — 8 м.

а) На сколько метров опустится конец длинного плеча, если конец короткого плеча поднялся на 1,5 м?

б) На сколько метров опустится конец короткого плеча, если конец длинного плеча поднимется на 4 м?

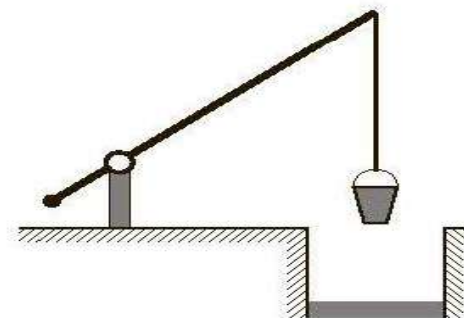


Рис. 11

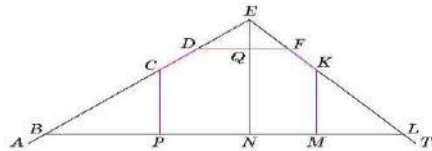
Система упражнений, направленная на применение полученных знаний в практической жизни

84

ГЛАВА 4. РЕШЕНИЕ

ПРИМЕНЯЕМ ГЕОМЕТРИЮ

Рассчитайте количество необходимого бруса для двускатной мансардной крыши строящегося дома, размеры которого 8×9 м. Под крышей запланированы спальня, кабинет и холл, для обустройства которых тоже потребуется брус. Брус укладывается каждый 1 м, в наличии имеется брус длиной 6 м, 6,5 м и 7 м. Сколько и какого бруса потребуется?



- $\angle CBP = 35^\circ$, $\angle KLM = 45^\circ$ — углы наклона скатов крыши.
- EN — высота крыши.
- EA и ET — стропила крыши, $0,3 \text{ м} \leq AB - LT \leq 0,4 \text{ м}$.
- $CP = KM = 2 \text{ м}$ — минимальная высота комнат и комнатных стропил, которые устанавливаются так же, как и стропила скатов.
- DF — длина горизонтальных стропил, которые устанавливаются так же, как и стропила скатов.
- $QN = 2,5 \text{ м}$ — максимальная высота комнат.
- PN — ширина комнат.
- $EN = 3,5 \text{ м}$ — высота крыши.

Расчёт.

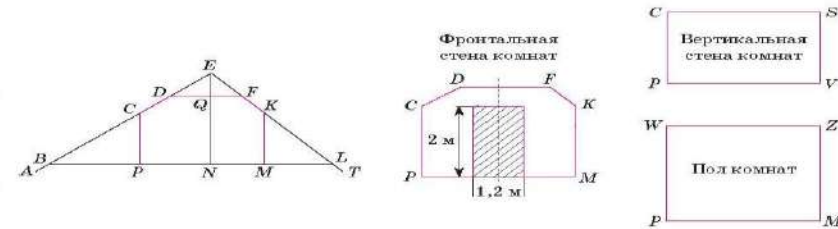
- Сколько стропил и какой длины потребуется для скатов крыши? _____
- Сколько вертикальных стропил и какой длины потребуется для комнат? _____
- Сколько горизонтальных стропил и какой длины потребуется для комнат? _____
- Какой длины и сколько потребуется бруса? _____

Рассчитайте, сколько и каких окон нужно заказать в комнаты, если холл между комнатами будет шириной 2 м, планируется максимальное количество окон с двух сторон крыши (на схеме на отрезках CD и FK), отступы от стропил — 20 см.

106

ГЛАВА 5

ПРИМЕНЯЕМ ГЕОМЕТРИЮ



Рассчитайте, сколько потребуется листов гипсокартона, обоев и ламината на обустройство мансардных комнат (см. с. 84 трапеции).

- Размеры листов гипсокартона: 2500×1200 мм, 3000×1200 мм и 1500×600 мм.
- Ламинат: ширина доски — 20 см, длина — 138 см, количество в упаковке — 8 штук.
- Обои: размеры рулона: $1,06 \times 25$ м.

Рассчитайте стоимость материалов для обустройства комнат. Для этого обратитесь в ближайший магазин стройматериалов или воспользуйтесь данными интернет-магазинов строительных материалов (например, интернет-магазин «Леруа Мерлен»).

Расчёт:

- Гипсокартон. _____
- Ламинат. _____
- Обои. _____

ВЫПОЛНЯЕМ ТЕСТ

- Чтобы разделить треугольник на два равновеликих, достаточно провести:
 - Медиану
 - Высоту
 - Биссектрису
- Периметр квадрата равен $4\sqrt{2}$. Тогда площадь квадрата равна _____

ПРОЕКТ «МОЯ БУДУЩАЯ КВАРТИРА»

Спроектируйте свою будущую квартиру или дом.

Для этого:

1. Измерьте площади помещений, в которых вы сейчас проживаете, чтобы понять и представить себе размеры будущей квартиры или дома.
2. Найдите и изучите различную информацию о планировках квартир или домов, экологических и санитарных нормах жилых помещений. (Информацию можно найти на сайтах строительных компаний в Интернете.)
3. Определите:
 - 1) сколько комнат будет в вашей квартире или доме (в том числе и хозяйственные помещения);
 - 2) какова площадь каждой комнаты;
 - 3) составьте план будущей квартиры или дома.
4. Создайте планировку каждой комнаты с размещением планируемой мебели.
5. Рассчитайте:
 - 1) примерную стоимость ремонта квартиры;
 - 2) примерную стоимость мебели и аксессуаров (светильники и пр.);
 - 3) полную стоимость вашей квартиры.
6. Продумайте стратегию, как осуществить вашу мечту.

Отчёт.

1. Изучение информации по теме.

Какими ресурсами вы пользовались: _____

2. Общий план квартиры (дома) на следующей странице.

3. План каждого помещения с расстановкой мебели на следующей странице.

4. Расчёты.

1) примерная стоимость материалов (с указанием источника цен) _____

2) примерная стоимость мебели (с указанием источника цен) _____

3) примерная стоимость работ по ремонту квартиры (дома) _____

4) Полная стоимость квартиры: _____

В конце учебников представлена рубрика «Это вы можете», направленная на систематизацию и обобщение изученного материала, формирование ключевых компетенций

ЭТО ВЫ МОЖЕТЕ

Весь год вы изучали геометрию, учились доказывать теоремы, решать задачи, строить диалоги, работая сообща. Вы уже многое знаете и умеете. Мы предлагаем вам придумать свои теоремы о свойствах и признаках изученных фигур. А также придумать задачи, где будут применяться эти теоремы. Работу эту целесообразно выполнять командой. Желаем успехов!

1) Назовите три признака равенства треугольников. знаком можно определить, что два треугольника равны можно больше вариантов.

2) В четырёхугольнике $ABCD$: $AB = CD$, $BC = AD$. Докажите, что диагонали делятся точкой пересечения пополам.

3) Придумайте задачи, в которых применяются признаки равенства треугольников.

1) По каким признакам можно определить, что два треугольника равны? Укажите как можно больше вариантов.

2) В остроугольном равнобедренном треугольнике с основанием AC и MO равны высоты BH и NK . Найдите угол, образованный высотой MO со стороной NO .

3) Придумайте задачи, в которых используются указанные вами признаки равенства равнобедренных треугольников.

1) По каким признакам можно определить, что два прямоугольных треугольника равны? Укажите как можно больше вариантов.

2) В равнобедренном треугольнике ABC провели медиану BM , продолжили её на отрезок MD , равный отрезку BM , и провели отрезки AD и DC . Градусная мера угла ADM при этом оказалась равной 42° . Чему равен внешний угол треугольника MBC при вершине B ?

3) Придумайте задачи, в которых используются указанные вами признаки равенства прямоугольных треугольников.

1) У равнобедренного треугольника углы при основании равны. Какими ещё свойствами обладает равнобедренный треугольник? Укажите как можно больше вариантов.

2) Через вершину B равнобедренного треугольника ABC проведена прямая BM , параллельная основанию AC . Внешний угол BCD треугольника ABC равен 116° . Чему равен угол ABM ? Рассмотрите все возможные варианты.

3) Придумайте задачи, в которых используются указанные вами свойства равнобедренного треугольника.

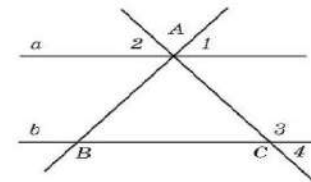
ЭТО ВЫ МОЖЕТЕ

Весь год вы изучали геометрию, учились доказывать теоремы, решать задачи, строить диалоги, работая сообща. Вы уже многое знаете и умеете. Мы предлагаем вам придумать свои теоремы о свойствах и признаках изученных фигур. А также придумать задачи, где будут применяться эти теоремы. Работу эту целесообразно выполнять командой. Желаем успехов!

1) Если два угла в треугольнике равны, то этот треугольник — равнобедренный. По каким ещё признакам можно определить, что треугольник — равнобедренный? Укажите как можно больше вариантов.

2) На рисунке 1: $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, $\angle 1 = \angle 4 = 50^\circ$. Докажите, что $BC > AB$.

3) Придумайте задачи, в которых используются указанные вами признаки рав-



пересечения делятся пополам. $\angle BCD = 120^\circ$. Диагональ AC равна 7 см. Чему равен периметр четырёхугольника $ABCD$?

3) Придумайте задачи, в которых используются указанные вами свойства прямоугольного треугольника.

1) Два отрезка равны, если равны их длины. В каких ещё случаях можно утверждать, что два отрезка равны? Укажите как можно больше вариантов.

2) В треугольниках ABC и DEF проведены равные между собой медианы AM и DN . Кроме того, известно, что $\angle B = \angle E$, $\angle AMB = \angle DNE$. Докажите, что отрезки AC и DF равны.

3) Придумайте задачи, в которых используются указанные вами признаки равенства двух отрезков.

1) Два угла равны, если равны их градусные меры. В каких ещё случаях можно утверждать, что два угла равны? Укажите как можно больше вариантов.

2) В остроугольных треугольниках ABC и MNP проведены высоты BD и NO , соответственно образующие со сторонами BC и NP углы в 45° . Известно, что $MN = AB$, $DC = OP$, внешний угол при вершине A треугольника ABC равен 123° . Найдите угол MNP .

3) Придумайте задачи, в которых используются указанные вами признаки равенства двух углов.

ПРОЕКТЫ, КОТОРЫЕ МЫ РЕКОМЕНДУЕМ

1. «Всё вокруг — геометрия».

Цель этого проекта — доказать, что геометрия — это часть окружающего нас мира.

Для этого каждый раз, изучая новую геометрическую фигуру, находите её примеры в окружающей обстановке, делайте фото или описание. В конце учебного года представьте в качестве доказательства приготовленные вами материалы.

2. Жёсткость треугольника.

Цель этого проекта — показать применение жёсткости треугольника в обычной жизни, архитектуре и технике.

3. Параллельный и перпендикулярный мир.

Цель этого проекта — доказать, что окружающий нас мир пронизан параллельными и перпендикулярными прямыми.

4. Геометрия — древнейшая наука.

Цель — изучить зарождение геометрии как науки.

Рекомендуемая литература:

1. *Перельман Я. И.* Запоминающаяся геометрия / Я. И. Перельман. — М.: Л.: ГГТИ, 1950 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>
2. *Глейзер Г. И.* История математики в школе: 7–8 кл. — М.: Просвещение, 1982.
3. Энциклопедия для детей. Т. 11: Математика. — М.: Аванта+, 2003.
4. История элементарной геометрии: <http://isgeom.narod.ru/index.html/>
5. Электронная библиотека книг по математике: <http://math.ru/lib/>

5. Евклид и его книга «Начала».

Цель работы — проанализировать и осознать значимость труда Евклида для современной геометрии.

Рекомендуемая литература:

1. «Начала» Евклида. Кн. 1–4 / Пер. с греч. и ком. Д. Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии М. Я. Выгодского и И. П. Веселовского. — М.: Л.: ГГТИ, 1948 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>
2. *Перельман Я. И.* Запоминающаяся геометрия / Я. И. Перельман. — М.: Л.: ГГТИ, 1950 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>
3. *Глейзер Г. И.* История математики в школе: 7–8 кл. / Г. И. Глейзер. — М.: Просвещение, 1982.
4. Энциклопедия для детей. Т. 11: Математика. — М.: Аванта+, 2003.
5. История элементарной геометрии: <http://isgeom.narod.ru/index.html/>
6. Электронная библиотека книг по математике: <http://math.ru/lib/>
7. Евклид. Начала: <http://ilib.mirror1.mcme.ru/djvu/geometry/nachala.htm/>

6. Николай Иванович Лобачевский и рождение неевклидовой геометрии.

Цель проекта — познакомиться с биографией Н. И. Лобачевского и его вкладом в развитие неевклидовой геометрии.

Рекомендуемая литература:

1. *Перельман Я. И.* Запоминающаяся геометрия / Я. И. Перельман. — М.: Л.: ГГТИ, 1950 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>
2. *Глейзер Г. И.* История математики в школе: 7–8 кл. / Г. И. Глейзер. — М.: Просвещение, 1982.
3. Энциклопедия для детей. Т. 11: Математика. — М.: Аванта+, 2003.
4. *Колесников М. С.* Лобачевский / М. С. Колесников. — М.: Молодая гвардия, 1965.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Волошинов А. В.* Математика и искусство / А. В. Волошинов. — М.: Просвещение, 2000.
2. *Гарднер М.* Математические новеллы / М. Гарднер. — М.: Мир, 2000.
3. *Гарднер М.* Математические головоломки и развлечения / М. Гарднер. — М.: Мир, 1999.
4. *Глейзер Г. И.* История математики в школе / Г. И. Глейзер. — М.: Просвещение, 1964 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>
5. *Левитин К. Е.* Геометрическая раскода / К. Е. Левитин. — М.: Знание, 1976, или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>, или М.: Камерон, 2004.
6. «Начала» Евклида. Кн. 1–4 / Пер. с греч. и ком. Д. Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии М. Я. Выгодского и И. П. Веселовского. — М.: Л.: ГГТИ, 1948 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>
7. *Перельман Я. И.* Запоминающаяся геометрия / Я. И. Перельман. — М.: Л.: ГГТИ, 1950 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>
8. *Прасолов В. В.* Задачи по планиметрии / В. В. Прасолов. — М.: МЦНМО, 2007.
9. *Шарыгин И. Ф.* Задачи по геометрии. Планиметрия / И. Ф. Шарыгин. — М.: Наука, 1982 или на сайте <http://ilib.mirror1.mcme.ru>
10. Энциклопедия для детей. Т. 11: Математика / Глав. ред. М. Д. Аксёнова. — М.: Аванта+, 2003.

В конце учебников представлена рубрика «Это вы можете», направленная на систематизацию и обобщение изученного материала, формирование ключевых компетенций

ЭТО ВЫ МОЖЕТЕ

Весь год вы изучали геометрию, учились доказывать теоремы, решать задачи, строить диалоги, работая сообща. Вы уже многое знаете и умеете. Мы предлагаем вам придумать свои теоремы о свойствах и признаках изученных фигур. А также придумать задачи, где будут применяться эти теоремы. Работу эту целесообразно выполнять командой. Желаем успехов!

1) Назовите три признака равенства треугольников. знаком можно определить, что два треугольника равны можно больше вариантов.

2) В четырёхугольнике $ABCD$: $AB = CD$, $BC = AD$. Докажите, что диагонали делятся точкой пересечения пополам.

3) Придумайте задачи, в которых применяются признаки равенства треугольников.

1) По каким признакам можно определить, что два треугольника равны? Укажите как можно больше вариантов.

2) В остроугольном равнобедренном треугольнике с основанием AC и MO равны высоты BH и NK . Найдите угол, образованный высотой MO со стороной NO .

3) Придумайте задачи, в которых используются указанные вами признаки равенства равнобедренных треугольников.

1) По каким признакам можно определить, что два прямоугольных треугольника равны? Укажите как можно больше вариантов.

2) В равнобедренном треугольнике ABC провели медиану BM , продолжили её на отрезок MD , равный отрезку BM , и провели отрезки AD и DC . Градусная мера угла ADM при этом оказалась равной 42° . Чему равен внешний угол треугольника MBC при вершине B ?

3) Придумайте задачи, в которых используются указанные вами признаки равенства прямоугольных треугольников.

1) У равнобедренного треугольника углы при основании равны. Какими ещё свойствами обладает равнобедренный треугольник? Укажите как можно больше вариантов.

2) Через вершину B равнобедренного треугольника ABC проведена прямая BM , параллельная основанию AC . Внешний угол BCD треугольника ABC равен 116° . Чему равен угол ABM ? Рассмотрите все возможные варианты.

3) Придумайте задачи, в которых используются указанные вами свойства равнобедренного треугольника.

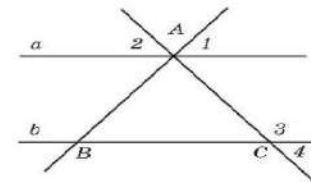
ЭТО ВЫ МОЖЕТЕ

Весь год вы изучали геометрию, учились доказывать теоремы, решать задачи, строить диалоги, работая сообща. Вы уже многое знаете и умеете. Мы предлагаем вам придумать свои теоремы о свойствах и признаках изученных фигур. А также придумать задачи, где будут применяться эти теоремы. Работу эту целесообразно выполнять командой. Желаем успехов!

1) Если два угла в треугольнике равны, то этот треугольник — равнобедренный. По каким ещё признакам можно определить, что треугольник — равнобедренный? Укажите как можно больше вариантов.

2) На рисунке 1: $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, $\angle 1 = \angle 4 = 50^\circ$. Докажите, что $BC > AB$.

3) Придумайте задачи, в которых используются указанные вами признаки рав-



пересечения делятся пополам. $\angle BCD = 120^\circ$. Диагональ AC равна 7 см. Чему равен периметр четырёхугольника $ABCD$?

3) Придумайте задачи, в которых используются указанные вами свойства прямоугольного треугольника.

1) Два отрезка равны, если равны их длины. В каких ещё случаях можно утверждать, что два отрезка равны? Укажите как можно больше вариантов.

2) В треугольниках ABC и DEF проведены равные между собой медианы AM и DN . Кроме того, известно, что $\angle B = \angle E$, $\angle AMB = \angle DNE$. Докажите, что отрезки AC и DF равны.

3) Придумайте задачи, в которых используются указанные вами признаки равенства двух отрезков.

1) Два угла равны, если равны их градусные меры. В каких ещё случаях можно утверждать, что два угла равны? Укажите как можно больше вариантов.

2) В остроугольных треугольниках ABC и MNP проведены высоты BD и NO , соответственно образующие со сторонами BC и NP углы в 45° . Известно, что $MN = AB$, $DC = OP$, внешний угол при вершине A треугольника ABC равен 123° . Найдите угол MNP .

3) Придумайте задачи, в которых используются указанные вами признаки равенства двух углов.

**Качество образовательных достижений школьников
детерминируется
качеством учебных заданий,
предлагаемых им педагогами**

Эффективные педагогические практики:

- **создание учебных ситуаций**, инициирующих учебную деятельность учащихся, мотивирующих их на учебную деятельность
- и проясняющих смыслы этой деятельности;
- **учение в общении**, или **учебное сотрудничество**, задания на работу в парах
- и малых группах;
- **поисковая активность** - задания поискового характера, учебные исследования, проекты
- **оценочная самостоятельность** школьников, задания на само- и взаимооценку: приобретение опыта – кейсы, ролевые игры, диспуты, требующие разрешения проблем, принятия решений, позитивного поведения



Система упражнений, направленная на формирование коммуникативной и корпоративной культуры

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Чему равна сумма углов треугольника? Докажите соседу по парте соответствующую теорему.
- Докажите, что у любого треугольника по крайней мере два угла острые.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Объясните, в чём состоит метод геометрических мест точек в задачах на построение.
- Обсудите с соседом по парте и приведите примеры задач из § 5.2 и 5.3, при решении которых использовался метод геометрических мест точек.

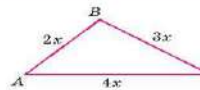
ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Сформулируйте и докажите соседу по парте третий признак равенства треугольников.
- Какой элемент треугольника ABC на рисунке 2.29 нужно отметить, чтобы утверждать, что треугольники DEF и ABC равны по третьему признаку равенства треугольников?
- Придумайте эксперимент для доказательства факта, что прямоугольник не является жёсткой фигурой. Предложите способ, как сделать конструкцию из прямоугольника жёсткой. Где на практике можно использовать предложенный вами способ?

Пользуясь свойствами и признаками параллелограмма, придумайте с соседом по парте способ нахождения расстояния между двумя пунктами на одном берегу реки, находясь на другом её берегу, если вам известны расстояния до этих пунктов.

ВЫПОЛНЯЕМ ТЕСТ

1. Чему равна наименьшая сторона треугольника, если его периметр равен 27?

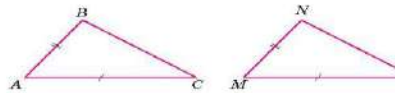


Ответ: _____

2. Основание равнобедренного треугольника равно 7 см, а периметр равен 19 см. Чему равна боковая сторона треугольника?

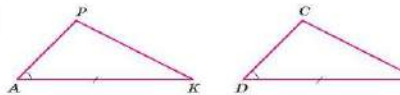
1. 5 см 2. 6 см 3. 7 см 4. 12 см

3. На равенства треугольников ABC и MNF следует, что:



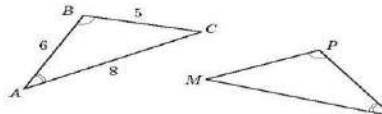
1. $\angle B = \angle M$
2. $\angle B = \angle N$
3. $\angle B = \angle F$

4. Какое из представленных ниже равенств нужно установить для доказательства равенства треугольников APK и CED ?



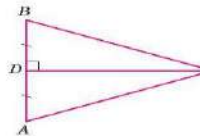
1. $AP = DE$
2. $AP = CE$
3. $AP = CD$

5. На рисунке $\triangle ABC = \triangle MPO$. Чему равна сторона OP ?



Ответ: _____

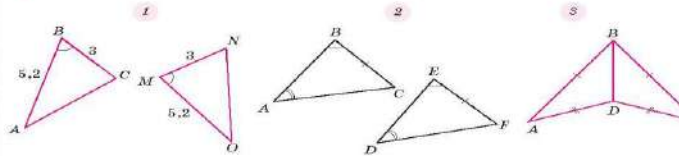
6. По какому признаку равенства треугольников равны треугольники на рисунке?



1. По первому признаку равенства треугольников
2. По второму признаку равенства треугольников
3. По третьему признаку равенства треугольников
4. Невозможно установить равенство

Ответ: _____

7. Запишите номера рисунков, где изображены равные треугольники.



Ответ: _____

8. Выберите верные утверждения и запишите их номера.

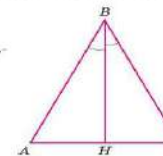
- Если треугольники равны, то равны все соответствующие элементы треугольников.
- Периметр равностороннего треугольника в три раза больше его стороны.
- Если в треугольнике периметр в три раза больше одной из его сторон, то этот треугольник равносторонний.
- В равностороннем треугольнике сумма длин медиан равна сумме длин его высот.
- Биссектриса равнобедренного треугольника, проведенная из вершины треугольника, противоположной основанию, разбивает его на два равных треугольника.
- Если биссектриса AM треугольника ABC разбивает его на два равных треугольника, то $AB = BC$.
- Равносторонний треугольник является равнобедренным.
- Для доказательства равенства треугольников достаточно установить равенство трёх пар элементов в этих треугольниках.

Ответ: _____

9. Выберите верное равенство, если известно, что треугольник ABC — равнобедренный с основанием AC .

1. $\angle ABC = \angle ACB$
2. $\angle BAC = \angle BCH$
3. $\angle ANB = \angle CHB$

Ответ: _____



10. В треугольнике MPC известно, что $\angle M = \angle C$, биссектриса PE делит сторону MC пополам, $ME = 9,6$ см. Чему равна сторона MC ?

Ответ: _____

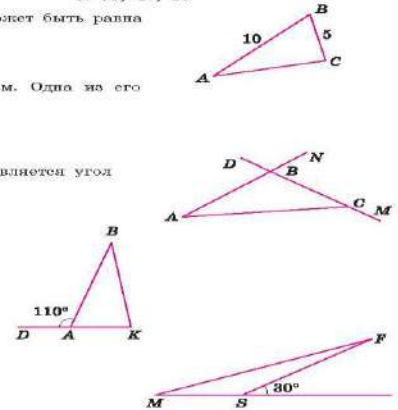
11. В треугольнике ABC : $AB = BC$, BM — медиана, $\angle ABC = 44^\circ$. Тогда

$\angle ABM =$ _____ $\angle AMB =$ _____

ВЫПОЛНЯЕМ ТЕСТ

Тест № 1

- В треугольнике два угла всегда:
 - тупые
 - прямые
 - острые
- В равнобедренном треугольнике один из углов равен 110° . Это угол:
 - при основании треугольника
 - при вершине, противоположной основанию
 - равны
- Один из углов равнобедренного треугольника равен 90° , тогда другие углы равны _____
- В прямоугольном треугольнике острые углы могут быть равны:
 - 42° и 38°
 - $1^\circ 45'$ и $88^\circ 15'$
 - 56° и 44°
- В прямоугольном треугольнике угол между биссектрисами острых углов равен:
 - 30°
 - 45°
 - 120°
- В треугольнике ABC , $AB < BC < AC$. Тогда:
 - $\angle A > \angle C$
 - $\angle C > \angle B$
 - $\angle A < \angle B$
- Длины сторон одного треугольника могут принимать значения:
 - 17, 19, 36
 - 23, 38, 52
 - 83, 47, 35
- В треугольнике ABC сторона BC может быть равна:
 - 17
 - 7
 - 5
- Периметр треугольника равен 16 см. Одна из его сторон может быть равна:
 - 7 см
 - 8 см
 - 9 см
- Для треугольника ABC внешним является угол:
 - $\angle DBN$
 - $\angle ACD$
 - $\angle MCA$
- Для треугольника ABK верно, что:
 - $\angle A + \angle K = 110^\circ$
 - $\angle B + \angle A = 110^\circ$
 - $\angle K + \angle B = 110^\circ$
- Для треугольника MFS верно:
 - $\angle MFS > 30^\circ$
 - $\angle FMS < 30^\circ$
 - $\angle FMS + \angle MFS > 30^\circ$



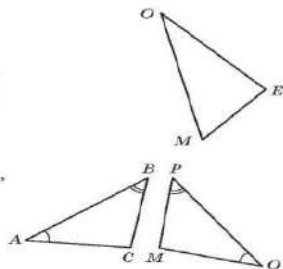
Тесты «Проверь себя» к каждой главе в тетради-экзаменаторе

ТЕСТ № 2

Тест № 2. Треугольники

1. Запишите:

- а) угол, противолежащий стороне ME : _____;
 б) стороны, прилежащие углу E : _____;
 в) сторону, противолежащую углу O : _____



2. На рисунке $\triangle ABC \sim \triangle MPO$, $AB = 4$ см, $BC = 2,5$ см, $AC = 3$ см. Чему равна сторона MO ?

Ответ: _____

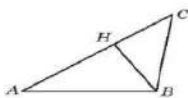
3. Отрезок AM — медиана треугольника ABC . Какое равенство верно?

1. $AB = AC$ 2. $BM = \frac{1}{2}MC$ 3. $CM = \frac{1}{2}BC$

Ответ: _____

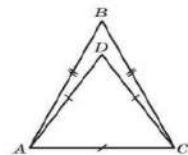
4. В каком случае отрезок BH будет являться высотой треугольника ABC ?

1. Если $\angle ABC = 90^\circ$
 2. Если $\angle ABH = \angle BAH$
 3. Если $\angle BHC = \angle AHB$



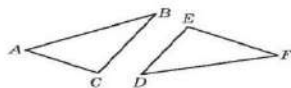
5. Периметр треугольника ADC равен 27 см, а периметр треугольника ABC равен 35 см. Найдите стороны треугольника ABC .

Ответ: _____



6. В треугольниках ABC и DEF известно, что $AC = DE$, $\angle C = \angle E$. Какое равенство нужно добавить, чтобы можно было утверждать, что треугольники равны:

- а) по первому признаку равенства треугольников?
 б) по второму признаку равенства треугольников?



Ответ: а) _____; б) _____

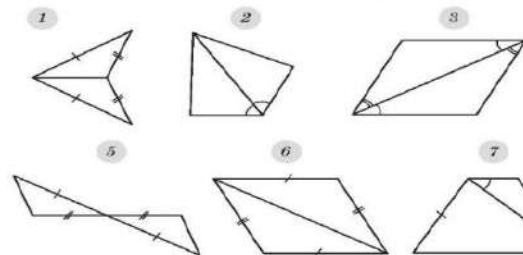
8

ПРОВЕРЬ СЕБЯ

7. В треугольнике MPC стороны PC и MP равны. Какие углы треугольника равны?

Ответ: _____

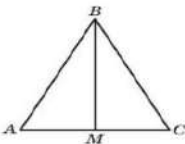
8. Укажите номера рисунков, где изображены равные треугольники.



Ответ: _____

9. Известно, что треугольники ABC и BCD равны, угол MAB равен 130° . Чему равен угол BDC ?

Ответ: _____



10. Известно, что BM является угольника ABC . По какому признаку ABM и CBM ?

Ответ: _____

11. Известно, что $AC = DE$, $\angle BCD = \angle BDC$.

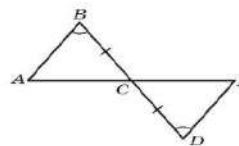
- а) Какие треугольники равны?
 б) Есть ли на рисунке равнобедренные треугольники? Если да, то укажите их.

Ответ: а) _____; б) _____

ТЕСТ № 2

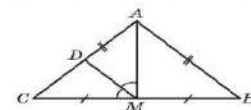
12. Известно, что $AB = AC$, AM — медиана, MD — биссектриса треугольника AMC . Чему равен угол AMD ?

Ответ: _____



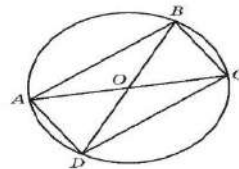
13. На рисунке $\angle ABC = \angle CDE$, $BC = CD$. В каком отношении точка C делит отрезок AE ?

Ответ: _____



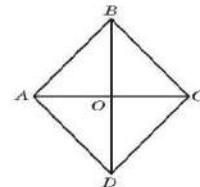
14. Известно, что $AB = BC$, $AO = OC$, $\angle ABO = \angle ADO$, $AD = 10$, $BO = 8$, $AC = 12$. Чему равен периметр треугольника DOC ?

Ответ: _____



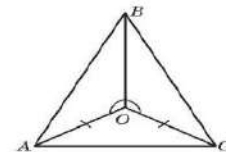
15. а) Есть ли на рисунке равнобедренные треугольники? Если да, то укажите их.
 б) Укажите как можно больше равных треугольников, изображенных на рисунке.

Ответ: а) _____; б) _____



16. Есть ли на рисунке перпендикулярные отрезки? Если да, то укажите их.

Ответ: _____



17. Запишите номера верных утверждений.

1. Равносторонний треугольник является равнобедренным.
2. Биссектриса равнобедренного треугольника, проведенная к его основанию, делит его на два треугольника с равными периметрами.
3. Если углы двух треугольников равны, то равны и сами треугольники.
4. Если медиана и высота треугольника равны, то такой треугольник равнобедренный.
5. Если основание и боковая сторона одного равнобедренного треугольника равны основанию и боковой стороне другого равнобедренного треугольника, то такие треугольники равны.

Ответ: _____

Эффективная подготовка к экзамену

ГОТОВИМСЯ К ЭКЗАМЕНУ

1. Наклонная крыша установлена на трёх опорах, основания которых расположены на одной прямой на одинаковом расстоянии друг от друга (рис. 16).
 - а) Найдите высоту средней опоры, если высота большей опоры равна 3 м, а меньшей — 2,2 м.
 - б) Найдите высоту меньшей опоры, если высота большей опоры равна 2,8 м, средней опоры — 2,5 м.
2. Вертикальный столб крепится тросом длиной 10 м к стене дома на высоте 3 м от земли (рис. 17). Чему равна высота столба, если его основание расположено на расстоянии 8 м от дома?
3. В остроугольном треугольнике высота CH равна 5 см, сторона $BC = 17$ см (рис. 18). Чему равен косинус угла B ?

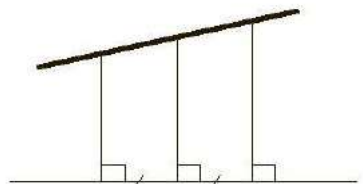


Рис. 16

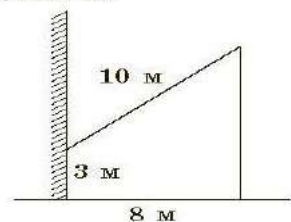


Рис. 17

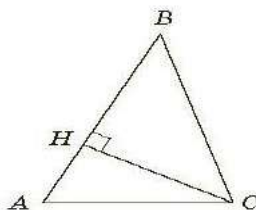


Рис. 18

ГОТОВИМСЯ К ЭКЗАМЕНУ

1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 (рис. 21) изображены геометрические фигуры. Найдите площадь каждой фигуры.

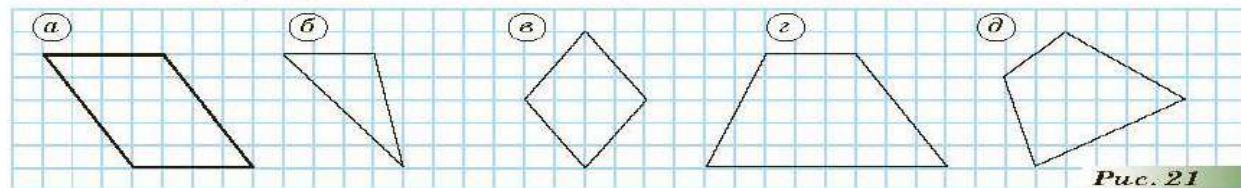


Рис. 21

2. Найдите диагональ квадрата, если его площадь равна 40.
3. Площадь прямоугольного треугольника равна 20, один из его катетов — 5. Найдите другой катет.
4. Один из углов равнобедренного треугольника равен 120° , боковая сторона — 10. Найдите площадь треугольника.
5. Сторона равностороннего треугольника равна 8. Чему равна площадь этого треугольника?
6. Сторона параллелограмма равна 10, высота параллелограмма образует с этой стороной угол в 60° . Найдите площадь параллелограмма, если другая сторона равна 18.

В учебнике 9 класса в конце каждого параграфа есть рубрика «Готовимся к экзамену, где представлены разноуровневые задания в формате ОГЭ»

ГОТОВИМСЯ К ЭКЗАМЕНУ

1. а) Диагональ параллелограмма образует со сторонами углы 35° и 40° . Найдите углы параллелограмма.
б) Диагональ прямоугольника образует с одной из сторон угол 28° . Найдите угол между диагоналями прямоугольника.
2. а) Периметр параллелограмма равен 44, а одна из сторон на 6 больше другой. Найдите стороны параллелограмма.
б) Периметр прямоугольника равен 28, одна из сторон на 2 меньше другой. Найдите диагональ и площадь параллелограмма.
3. а) Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, если его диагональ равна 10, а расстояние от вершины B до диагонали AC равно 3.
б) Сторона квадрата равна 8. На стороне AB отмечена точка M так, что $AM = 10$. Найдите площадь четырёхугольника $AMCD$.
4. а) Стороны параллелограмма равны $5\sqrt{2}$ и 2, один из углов — 45° . Найдите большую диагональ параллелограмма.
б) Стороны параллелограмма равны 8 и 14, а одна из диагоналей — 18. Найдите другую диагональ параллелограмма.
5. Биссектриса угла прямоугольника делит его диагональ на отрезки 30 см и 60 см. Найдите отрезки, на которые эта биссектриса делит сторону прямоугольника.

Проверочные работы в 4 вариантах

28

ГЛАВА 3

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА № 2

Вариант 1

- 1** 1. Начертите две прямые, пересекающиеся в точке, равные отрезки MA и MB , на другой равные отрезки OB и AP .
 2. Докажите, что $OB = AP$.
 3. Укажите угол, равный углу BOP .

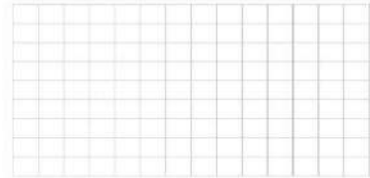
Дано: _____

Доказать: _____

Доказательство: _____

Ответ: _____

- 2** Основание AB равнобедренного треугольника A больше основания на 4 см. Чему равен периметр тре



Дано: _____

Доказать: _____

Доказательство: _____

Ответ: _____

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

29

- 3** На чертеже точка O — центр окружности. Докажите, что

Дано: _____

Доказать: _____

Доказательство: _____

- 4** В треугольнике ABC известно, что $AC = BC$. На высоте CH сторонах AC и BC точки M и N соответственно так, что $MC = CN$, $\angle COM = \angle NOC$.

Дано: _____

Доказать: _____

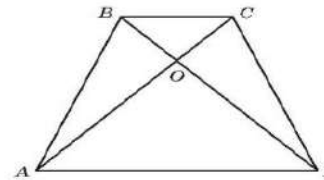
Доказательство: _____



30

ГЛАВА 3

- 5** Рассмотрите чертёж. Известно, что $BO = OC$, $\angle ABD = \angle ACD$.



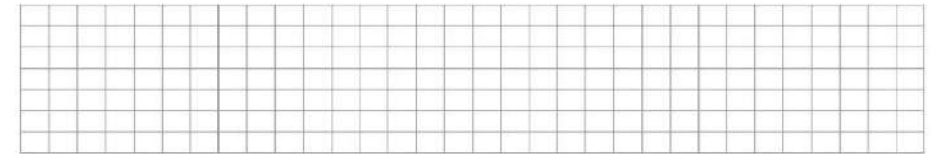
1. Докажите AB , что $CD = 4,8$.
2. Докажите, что треугольник AOD — равнобедренный.
3. Равенство каких треугольников можно доказать? По какому признаку равенства треугольников равны эти треугольники?

Доказательство: _____

- 6** Выберите неверные утверждения и в ответ запишите их номера.

1. Если сторона одного равнобедренного треугольника равна стороне другого равнобедренного треугольника, то такие треугольники равны.
2. Если равны периметры треугольников, то равны и сами треугольники.
3. Треугольник является равнобедренным, если его медиана перпендикулярна стороне, к которой проведена.
4. Если высота треугольника совпадает с его стороной, то такой треугольник прямоугольный.

Ответ: _____



ЗАПОЛНИТЕ ТАБЛИЦУ ОТВЕТОВ

Задание	1	2	3	4	5			6
Ответ					1	2	3	

Отметка



В конце каждого параграфа рубрика «Вопросы и задания», в конце каждой главы рубрика «Подведём итоги»

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ:

- Докажите соседу по парте, что площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.
- Какую площадь занимает лист бумаги формата А4? А какую площадь занимает учебник геометрии?
- Чему равна площадь прямоугольного треугольника?
- Определите, какое количество плиток размером 40×40 см потребуется, чтобы выложить пол медицинского кабинета вашей школы.

ПОДВЕДЁМ ИТОГИ

- Объясните, как определяют синус и косинус угла α , где $0^\circ < \alpha < 180^\circ$.
- Что такое тангенс и котангенс угла?
- Какие задачи на решение треугольников можно решить с помощью тангенса (котангенса)?
- Как связаны между собой $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$?
- Как связаны между собой синус и косинус угла α с синусом и косинусом угла $180^\circ - \alpha$?

ПОДВЕДЁМ ИТОГИ

- Докажите утверждение о том, что высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, разделяет треугольник на подобные треугольники.
- Сформулируйте и докажите утверждения о пропорциональных отрезках в прямоугольном треугольнике.
- Что называют средним геометрическим двух отрезков?
- Что называют средним арифметическим двух отрезков?
- Докажите, что катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное между гипотенузой и проекцией этого катета на гипотенузу.
- Докажите, что высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное между проекциями катетов на гипотенузу.
- Каково соотношение между средним геометрическим и средним арифметическим двух отрезков? Докажите его.
- Сформулируйте и докажите теорему Пифагора.
- Сформулируйте и докажите теорему, обратную теореме Пифагора.
- Докажите, что гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника в $\sqrt{2}$ раз больше его катета.
- Приведите примеры прямоугольных треугольников, длины сторон которых измеряются целыми числами.
- Докажите, что любая наклонная больше перпендикуляра, проведённого из данной точки к данной прямой.
- Что называется синусом, косинусом, тангенсом, котангенсом острого угла прямоугольного треугольника?
- Выразите катет прямоугольного треугольника через: а) гипотенузу и противолежащий острый угол; б) гипотенузу и прилежащий острый угол; в) другой катет и противолежащий острый угол.
- Какое равенство называют основным тригонометрическим тождеством?
- Какие ещё тригонометрические тождества вам известны?
- Чему равны значения синуса, косинуса и тангенса для углов 30° , 45° , 60° ? Ответ обоснуйте.
- Что означает фраза «Решить прямоугольный треугольник»?

а угла α , где $0^\circ < \alpha < 180^\circ$?
са угла α , где $0^\circ < \alpha < 180^\circ$?
ет принимать α ?
 90° ; $\sin 180^\circ$; $\cos 180^\circ$?
ов.
можете решить с помощью
омощью теоремы косинусов?
пной теоремой Пифагора?
о теоремы косинусов?
,
и синусов?
и угол между ними. Как
ника?
можете решить с помощью
помощью теоремы синусов?

Автор: Берсенев А.А., Сафонова Н.В.



- ▶ компетентностный подход в обучении
- ▶ создание условий для самостоятельной организации учащимися собственной учебной деятельности
- ▶ многоуровневая система заданий, обеспечивающая дифференциацию обучения, возможность построения индивидуальных маршрутов
- ▶ включение в систему учебных заданий различных видов деятельности учащихся, в том числе исследовательской и проектной
- ▶ широкое использование наглядности, опора на здравый смысл, жизненный опыт и интуицию
- ▶ акцент на практическое применение геометрии в реальной жизни, в смежных дисциплинах
- ▶ качественная подготовка к Государственной итоговой аттестации



Ссылки на вебинары

[Функциональная грамотность вызовы и эффективные практики](#)

[Как подготовить школьника к успешному прохождению исследования по модели PISA?](#)

[Геометрия и функциональная грамотность](#)

[Геометрическая задача как инструмент формирования функциональной грамотности.](#)

[Формируем функциональную грамотность на уроке геометрии: учим работать с информацией разных видов](#)

[Формируем функциональную грамотность на уроках математики](#)

[Математика - дело житейское. Диалог математика со словесником](#)

[Математическая грамотность: диалог с учителем](#)

[Развитие креативного мышления через математические задания](#)

Автор УМК «Геометрия 7-9» серии «Сферы»,
ведущий методист Санкт-Петербургского
филиала АО издательство «Просвещение»

Сафонова Наталья Васильевна

Тел: (495) 789-30-40 (внутр. 48-33)

Моб. телефон 8(953) 150-90-10

E-mail: nvsafonova@mail.ru



Ведущий методист
отдела методической поддержки
педагогов и образовательных организаций

Зубкова Екатерина Дмитриевна

Тел: (495) 789-30-40 (внутр. 42-03)

Моб. телефон 8(919) 839-05-78

E-mail: EZubkova@prosv.ru

 [@zubkovaed](https://www.instagram.com/zubkovaed)





25 ноября

Онлайн-конференция для учителей математики

«Школьное математическое образование: концептуальные подходы и стратегические пути развития»

Принять участие





15%

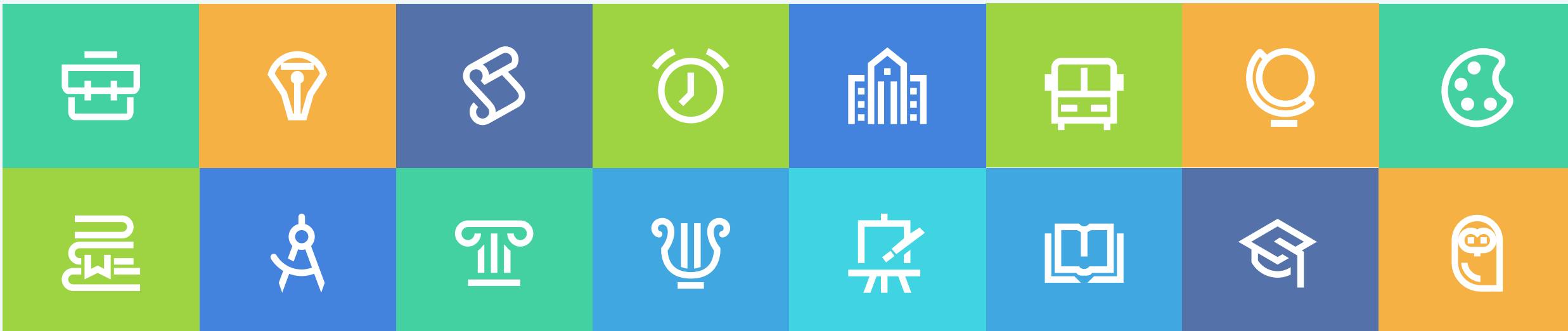
Скидка по промокоду

PISA15

на пособия по функциональной грамотности

Выбрать пособия





Группа компаний «Просвещение»

Адрес: 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16,
стр. 3, подъезд 8, бизнес-центр «Новослободский»

Горячая линия: vopros@prosv.ru